Matematik
Chalmers tekniska högskola
Göteborgs universitet
S.M. & H.S.K.

Inga hjälpmedel
Telefonvakt:
Sverker Mattsson
772 3537

Tentamen i Matematik del D, tekniskt basår, LMA164D

Tisdag den 22 april 2014, $8^{30} - 12^{30}$

1. Beräkna derivatan av följande funktioner.

   (a) $f(x) = \cos^4(3x+2)$ (2p)

   (b) $g(x) = \sqrt[3]{6x^2+1}$ (2p)

   (c) $h(x) = \dfrac{\ln(2x)}{x^3}$ (2p)

2. Definiera funktionen $f(x)$ genom

$$f(x) = \frac{x^2+12}{2x-4}.$$

   Bestäm definitionsmängd, lokala extrempunkter och asymptoter. Bestäm även var funktionen är konvex respektive konkav och skissa funktionens graf. (Polynomdivision kan underlätta.) (8p)

3. Funktionen $y = y(x)$ är implicit definierad av

$$y^3x^2 + y(x^4+1) = 5x - 17.$$

   Bestäm ekvationen för tangenten i punkten $(1, -2)$. (6p)

4. Beräkna följande gränsvärden.

   (a) $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{3\tan x + 2x\cos x}{4x}$, (b) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{2e^{3x}+e^{4x}}{(2e^{2x}+1)^2}$, (c) $\displaystyle\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x^3+2x)}{\ln x^2 + 5\ln x}$.

   (6p)

5. Låt $f(x) = e^{2x}(x^2 - x + 1/4)$. Bestäm nollställen, lokala max och min, asymptoter och x-kordinaterna för de två inflektionspunkterna. Bestäm även var funktionen är konvex respektive konkav och skissa funktionens graf. (8p)

V.G. VÄND!

6. Låt $f(x) = 4 - x^2$. Tag en punkt $(a, 4 - a^2)$, $a > 0$, på kurvan $y = f(x)$. Normalen till kurvan i denna punkt skall tillsammans med x-axeln och y-axeln bilda en triangel i *andra* kvadranten ($x \leq 0$ och $y \geq 0$).

   (a) Hur stort kan a vara för att detta skall vara möjligt? (2p)

   (b) Uttryck arean av triangeln som funktion av a. (2p)

   (c) Vad blir denna areas största värde? (2p)

7. Formulera och bevisa satsen om derivatan av en produkt. (5p)

8. Visa att $D(\arctan x) = \dfrac{1}{1 + x^2}$. (5p)