Matematik
Chalmers tekniska högskola
Göteborgs universitet
S.M. & H.S.K.

Inga hjälpmedel
Telefonvakt:
Sverker Mattsson
772 3537

Tentamen i Matematik del D, tekniskt basår, LMA164D

Torsdag den 13 mars 2014, 8.30-12.30

1. Beräkna derivatan av följande funktioner.

   (i) $f(x) = \sqrt{x^3+1}$. (2p)

   (ii) $g(x) = \sin^3(2x)$. (2p)

   (iii) $h(x) = \ln(3x)/x^2$. (2p)

2. Låt $f(x) = e^{-x}(x^2+2x-2)$. Bestäm lokala max och min, asymptoter, x-koordinater för de två inflektionspunkterna och skissa kurvan. (7p)

3. Funktionen $y = y(x)$ är implicit definierad av

   $$y^5 + x^2y^3 + 2y = x - 9.$$

   Bestäm ekvationen för tangenten genom punkten $(2, -1)$. (6p)

4. Beräkna följande gränsvärden.

   $$\text{(i)} \lim_{x\to 0} \frac{\sin(4x)}{5x}, \quad \text{(ii)} \lim_{x\to\infty} \frac{e^x}{x^{10}+5e^x}, \quad \text{(iii)} \lim_{x\to\infty} \frac{\ln x + x}{\ln x^3 + 3x}.$$

   (6p)

5. Definiera funktionen $f(x)$ genom

   $$f(x) = \frac{x^2-x-5}{x-3}.$$

   Bestäm dess definitionsmängd, lokala extrempunkter och asymptoter. Bestäm även var funktionen är konvex respektive konkav och skissa dess graf. (8p)

6. Definiera funktionen $f(x)$ för $x > 0$ genom $f(x) = x^{-p}$ där p är en positiv konstant.

   (i) Bestäm ekvationen för tangenten i punkten (a, a^{-p}). (2p)

(ii) Tangenten från uppgift (i) bildar tillsammans med koordinataxlarna en triangel. Beräkna dess area. (3p)

(iii) Bestäm p så att arean av triangeln från uppgift (ii) blir oberoende av punkten (a, a^{-p}). Ange också den arean. (2p)

7. Härled derivatan av $\sin x$ utifrån derivatans definition. (5p)

8. Formulera satsen om derivatan av en sammansatt funktion $f(g(x))$ och bevisa den i fallet att $g(x_1) \neq g(x_2)$ för $x_1 \neq x_2$ (alltså bokens bevis). (5p)