

Tentamensskrivning i matematik del D 20110607

Kurskod: LMA163

Examinator: Jonny Lindström tel. 0733 607040

Tid för tentamen: 08.30-12.30

Hjälpmedel: Inga

1. En kropp med massan m rör sig längs en rät linje med hastigheten $v(t)$, där t är tiden. Kroppen utsätts för en bromsande kraft som är lika med $-kv(t)$, där k är en positiv konstant. Enligt kraftekvationen gäller då

$$m \cdot \frac{dv}{dt} = -kv(t).$$

Bestäm hastigheten som funktion av tiden om $v(0) = v_0$. (4p)

2. Skriv den geometriska serien $x^2 + x^4 + x^6 + \dots$ med summabeteckning. Bestäm också talet x så att serien blir konvergent med summan 3. (5p)

3. Beräkna volymen av den rotationskropp som uppstår då kurvan $y = \cos x$, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, får rotera kring x -axeln. (4p)

4. Beräkna följande integraler

$$\text{a) } \int x \ln x \, dx \qquad \text{b) } \int \frac{x^2}{x^2 - 3x + 2} \, dx \qquad \text{c) } \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x}{\cos^2 x} \, dx \quad (10\text{p})$$

5. Lös differentialekvationerna

$$\text{a) } y' = ye^x \qquad \text{b) } y' - \frac{1}{x}y = x^2 \qquad \text{c) } y'' + 5y' + 6y = x^2 + 3. \quad (10\text{p})$$

6. Visa med induktion att $Dx^n = nx^{n-1}$, $n \geq 1$. (5p)

7. Newtons kylningslag som beskriver en kropps nedkylning säger att

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_0)$$

där T är kroppens temperatur, k är en konstant och T_0 omgivningens temperatur. En kropp som vistas i luft, med temperatur 30° , sänks från 100° till 60° på 20 minuter. Vilken temperatur har kroppen efter ytterligare 20 minuter? (7p)

8. Beräkna integralen $\int \frac{1 - \sin x}{\cos x} \, dx$. (5p)