

Tentamensskrivning i matematik del E 20120521

Kurskod: LMA164

Examinator: Jonny Lindström tel. 0733 607040

Tid för tentamen: 08.30-12.30

Hjälpmedel: Inga

1. Beräkna följande integraler.

$$\text{a) } \int x e^{2x} dx \qquad \text{b) } \int_1^2 \frac{x}{x^2 + 3x + 2} dx \qquad \text{c) } \int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx \quad (10\text{p})$$

2. Beräkna arean av det område som begränsas av kurvorna $y = x^2$ och $y = \frac{8}{x}$, x -axeln samt linjen $x = 3$. Rita figur! (5p)

3. Då dagsljuset tränger ner i en sjö avtar ljusets intensitet $I(x)$ med djupet x under vattenytan enligt Lamberts lag:

$$\frac{dI}{dx} = -kI$$

där k är en positiv konstant. Bestäm funktionen $I(x)$ om ljusintensiteten är $I(0) = I_0$ vid ytan och $I(1) = 0.4I_0$ på 1 meters djup. (5p)

4. Visa med induktion att $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$, $n \geq 1$. (5p)

5. Lös begynnelsevärdesproblemet
$$\begin{cases} 2xyy' = 1 + y^2 \\ y(1) = 1 \end{cases} \quad (5\text{p})$$

6. Lös differentialekvationen $y''' + y' = x + 2$. (6p)

7. I en viss bakteriepopulation ändras antalet bakterier med en hastighet som är proportionell mot antalet bakterier. Man vet att vid tiden noll är antalet bakterier 1000 stycken och att efter 6 timmar har antalet bakterier fördubblats. Hur många bakterier finns det efter ett dygn? (6p)

8. Härled lösningsformeln till en linjär differentialekvation av första ordningen d.v.s. en DE av typen $y' + f(x)y = g(x)$. (4p)

9. Formulera och bevisa formeln för en geometrisk summa. (4p)