



## Dugga 1, 20140918, 08.00-10.00 för DAI1 och EI1, Chalmers tekniska högskola

Examinator: Reimond Emanuelsson, tel 0708 948456

Inga hjälpmedel

Ge fullständiga lösningar på uppgift 3, 4 och 5.

Några användbara likheter:  $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^T = \mathbf{B}^T \cdot \mathbf{A}^T$  och  $(\mathbf{A}^T)^T = \mathbf{A}$ .

1. Givet nedanstående matriser.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 4 & -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -4 \\ 1 & 2 & 1 \\ 7 & 7 & 7 \\ 8 & 8 & 8 \end{bmatrix}$$

- (a) Hur kan dessa multipliceras ihop två och två eller tre och tre? 1.5p  
(b) Ange typen för produkterna i (a). 0.5p
2. Nedanstående matriser är totalmatriser. (Koefficienterna för variablerna  $x$ ,  $y$  och  $z$  återfinns i kolonn 1, 2 respektive 3.) Ange antalet lösningar av respektive ES.

$$(a) \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \quad (b) \left[ \begin{array}{ccc|c} -2 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 3 & 0 \end{array} \right] \quad (c) \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]$$

1.5p

3. Givet matrisekvationen  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{X} + \mathbf{B}$ . Utgå från att matrisekvationen är korrekt.

- (a) Antag att  $\mathbf{A}$  har fyra kolonner och  $\mathbf{B}$  har två kolonner.  
Bestäm typen för samtliga tre matriser.  
(b) Lös ut matrisen  $\mathbf{X}$  uttryckt i de andra matriserna. Förutsätt att lämpliga inversmatriser existerar. 2.0p

4. Låt  $\mathbf{A}$  vara en matris. Vilka påståenden är korrekta? Ge bevis eller motexempel.

- (a)  $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}$  är symmetrisk.  
(b)  $\mathbf{A}^T = \mathbf{A} \implies \mathbf{A}$  är kvadratisk.  
(c)  $\mathbf{A}$  kvadratisk  $\implies \mathbf{A}$  har invers. 1.5p

5. Antag att  $\mathbf{A}$  har invers. Visa att  $(\mathbf{A}^{-1})^T$  är inversmatris till  $\mathbf{A}^T$ . Verifiera genom att multiplicera både från höger och vänster. 2.0p