



Dugga/Baskunskapstentamen vid Chalmers tekniska högskola i matematik, kurskod LMA 212, för DAI och EI, onsdag f.m. 20160104

Inga hjälpmedel! Ansvarig lärare Reimond Emanuelsson, tel 031 772 5888/031 772 5892

Lösningarna skall vara utförligt gjorda. Svaren skall vara exakta och vara förenklade så långt som möjligt!

1. Givet två vektorer \mathbf{u} och \mathbf{v} i \mathbb{R}^3 .

- (a) Antag att $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = -6$ samt $|\mathbf{u}| = 3$ och $|\mathbf{v}| = 4$. Vilken vinkel är mellanliggande vinkel till \mathbf{u} och \mathbf{v} ?
- (b) Antag att $|\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 6$ samt $|\mathbf{u}| = 3$ och $|\mathbf{v}| = 4$. Vilka vinklar kan vara mellanliggande vinklar till \mathbf{u} och \mathbf{v} ?

2p+3p

2. Givet en matriserna \mathbf{A} av $n \times n$ och \mathbf{b} av typ $n \times 1$.

Ge två (ekvivalenta) villkor för att $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ har entydig lösning \mathbf{x} .

4p

3. Givet matrisen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

(a) Matrisen $\mathbf{A}_v^{-1} := \begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ kallas vänsterinvers till \mathbf{A} .
Utför multiplikationen $\mathbf{A}_v^{-1} \cdot \mathbf{A}$.

(b) Lös matrisekvationerna $\mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \\ 7 \end{bmatrix}$
genom att använda vänsterinversen \mathbf{A}_v^{-1} i (a).

(c) Undersök om lösningarna i (b) är riktiga, genom att sätta in dessa i den ursprungliga ekvationen.

(d) Förklara resultaten i (b) och (c).

1p+2p+1p+1p

4. Betrakta matrisekvationen

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B} - 2\mathbf{X}. \quad (1)$$

(a) Lös ut \mathbf{X} i matrisekvationen i (1). Förutsätt att lämpliga matriser är invert-erbara.

(b) I (a) har \mathbf{A} två kolonner och \mathbf{B} har tre rader. Bestäm typerna för \mathbf{A} , \mathbf{B} och \mathbf{X} .

2p+1p

5. Givet fyra punkter P , Q , R och S i \mathbb{R}^3 .

(a) Inför lämpliga vektorer uttryckta med P , Q och R och uttryck för arean av triangeln med hörn i P , Q och R i dessa vektorer.

(b) Inför lämpliga vektorer uttryckta med P , Q , R och S och ge ett uttryck för volymen av tetraedern med hörn i P , Q , R och S i dessa vektorer.

2p+2p

6. Antag att \mathbf{A} och \mathbf{B} är två matriser med typ $\mathbf{A} = 3 \times 4$ och typ $\mathbf{B} = 3 \times 2$. Vilka av följande matrismultiplikationer är möjliga?

2 p för ett fel och 0 p för två eller fler fel.

- (a) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$ (b) $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^T$ (c) $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{B}$ (d) $\mathbf{A}^T \cdot \mathbf{B}^T$
(e) $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$ (f) $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}^T$ (g) $\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{A}$ (h) $\mathbf{B}^T \cdot \mathbf{A}^T$

4p

Lycka till!