



Chalmers Tekniska Högskola

Dugga 2 för DAI1 och EI1, LMA 212, 20131007, 8.00-10.00

Lärare Reimond Emanuelsson, tel 772 5888

Ge fullständig lösning på uppgift 5.

1. (a) Beräkna determinanterna av matriserna \mathbf{A} , \mathbf{B} och $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$, där

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{bmatrix} \text{ och } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ 0 & d & e \\ 0 & 0 & f \end{bmatrix}.$$

1.5 p

- (b) Hur ändras en determinants värde av radoperationerna radbyte (ERM1),
multiplikation av en rad med ett tal $\neq 0$ (ERM2)
respektive multiplikation av en rad med ett tal som sedan adderas till en annan rad (ERM3)?

1.5 p

2. Vilka samband gäller (är sanna) respektive gäller inte, för alla vektorer \mathbf{a} , \mathbf{b} och \mathbf{c} i \mathbb{R}^3 ? 2 poäng om alla svar är riktiga och 1 poäng för 1 fel.

(a) $\mathbf{a} \times \mathbf{b} = -\mathbf{b} \times \mathbf{a}$	(b) $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} = 0$	(c) $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$
(d) $0 \leq \frac{ \mathbf{a} \times \mathbf{b} }{ \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} }, \mathbf{a} \neq \mathbf{0}, \mathbf{b} \neq \mathbf{0}$	(e) $\mathbf{a} \times \mathbf{a} = \mathbf{a} ^2$	(f) $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}$

2.0 p

3. Givet två vektorer $\mathbf{a} = (x_1, y_1, z_1)$ och $\mathbf{b} = (x_2, y_2, z_2)$.

(a) Uttryck skalärprodukten $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ med komponenterna ovan. 1.0 p

(b) Uttryck vektorprodukten $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ med komponenterna ovan. 2.0 p

4. Definiera begreppet trippel skalär produkt (trippelprodukt). 3.0 p

5. Punkterna $P = (1; 1; 2)$, $Q = (4; 2; 6)$, $R = (3; 6; 9)$ och $S = (6; 7; 7)$ är givna.

(a) Bestäm arean av triangeln med hörn i P , Q och R . 1.5 p

(b) Bestäm en ekvation för planet som innehåller punkterna P , Q och R . 1.5 p

(c) Bestäm volymen av tetraedern som har hörn i P , Q , R och S . 2.0 p