



## Chalmers Tekniska Högskola

### Dugga 2 för DAI1 och EI1, LMA 212, 20141013, 13.00-15.00

Ansvarig lärare: Reimond Emanuelsson
Telefon: 031 772 5888

En användbar likhet:  $|\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}| = |\mathbf{A}| \cdot |\mathbf{B}|$

- Matrisen  $\mathbf{A}$  är av typ  $3 \times 3$  med determinant,  $\det \mathbf{A} = 3$ .
  - Beräkna determinanten av  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}$ . 0.5 p
  - Vad är determinanten av inversmatrisen till  $\mathbf{A}$ ? 0.5 p
  - Beräkna determinanten av matrisen  $3\mathbf{A}$ . 1.0 p
- Vektorerna  $\mathbf{a}$  och  $\mathbf{b}$  är vektorer i  $\mathbb{R}^3$ . Förenkla så långt som möjligt
  - $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} - \mathbf{b}) - \mathbf{b} \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a}) - (\mathbf{a} - \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b})$ , 1.0 p
  - $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{a}) + 2\mathbf{b} \times \mathbf{a} - \mathbf{b} \times \mathbf{a}$ , 1.0 p
  - $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{a})$ . 1.0 p
- Definiera begreppet vektoriell produkt. 1.5 p
  - $\mathbf{a}$  och  $\mathbf{b}$  är vektorer i  $\mathbb{R}^3$ . Vilka av följande operationer är meningsfulla?

I	$\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$
II	$\mathbf{a} \times (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})$
III	$(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{a})$
IV	$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} - \mathbf{a} \times \mathbf{b})$

 2.0 p
- Givet fyra punkter  $A, B, C$  och  $D$  i  $\mathbb{R}^3$ .
  - Ge ett uttryck för arean av triangeln med hörn i  $A, B$  och  $C$ . 1.0 p
  - Ge ett uttryck för volymen av tetraederna med hörn i  $A, B, C$  och  $D$ . 1.0 p
  - Givet att  $A \neq B$ , ge en ekvation på parameterform för linjen genom dessa punkter. 1.0 p
  - Givet att  $A, B$  och  $C$  inte ligger på linje, ge en ekvation för planet, som innehåller dessa punkter. 1.0 p
- Antag att matrisen  $\mathbf{A}$  har invers. Bevisa att  $\det \mathbf{A} \neq 0$ . 2.0 p