

Dugga/Baskunskapstentamen vid Chalmers tekniska högskola i Linjär algebra (matematik), kurskod LMA 212, för DAI och EI, tisdag e.m. 14.00-18.00, 2016-12-20

Telefonvakt: Reimond Emanuelsson, 772 5892, 0708 948 456

Inga hjälpmedel

Lösningarna skall vara utförligt gjorda. Svaren skall vara exakta och vara förenklade så långt som möjligt!

1. Givet matriserna nedan

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} x & y & z \\ s & t & u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- (a) Vilka produkter är möjliga av två eller fler matriser? 1.0p  
(b) Bestäm typerna för produkterna i (a). 1.0p
2. Följande matris är ett ekvationssystem på matrisform i variablerna  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , och  $u$ .

$$\left[ \begin{array}{cccc|c} 1 & 1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$$

- (a) Anger rang på koefficient- och totalmatris. 1.0p  
(b) Ange antal lösningar till ekvationssystemet. 1.0p  
(c) Lös ekvationssystemet. 1.0p

3. Givet matrisekvationen

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B} - \mathbf{X}.$$

- (a) Lös ut matrisen  $\mathbf{X}$  uttryckt i de två andra matriserna. Förutsätt att lämpliga matriser har invers. 2.0p  
(b) Med förutsättningar som ovan, och att  $\mathbf{A}$  har två kolonner och  $\mathbf{B}$  har tre rader, ange typen för samtliga matriser. 1.5p
4. Antag att  $\mathbf{A}$  och  $\mathbf{B}$  är inverterbara matriser av samma typ. Vilken/vilka av likheterna i (a) och (b) är identiteter? Ge bevis eller motexempel.

- (a)  $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}^{-1}$ . 2.0p  
(b)  $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}$ . 2.0p

5. Matrisen  $\mathbf{A} := \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ 0 & 0 & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 0 & a_{44} \end{bmatrix}$  och matrisen  $\mathbf{B}$  är av typ  $4 \times 4$  är givna.

- (a) Beräkna  $\det \mathbf{A}$ . (b) Beräkna  $\det(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})$ . 2.0p, 2.0p

6. Vektorerna  $\mathbf{u}$  och  $\mathbf{v}$  är vektorer i  $\mathbb{R}^3$ .  
Förenkla

- (a)  $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})$ . 1.5p  
(b)  $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{v})$ . 1.0p  
(c)  $|\mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{v})| - |\mathbf{u}| |\mathbf{u} \times \mathbf{v}|$ . 2.5p

7. Antag att  $\mathbf{A}$  är en inverterbar matris. Visa att  $(\mathbf{A}^{-1})^T = (\mathbf{A}^T)^{-1}$ . 3.5p

Lycka till!