

Lösningsförslag till Dugga 1 för DAI1 och EI1, LMA 212, 20150914, 13.00-15.00

1. (a) Möjliga produkter är

$$\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}, \quad \mathbf{C} \cdot \mathbf{B}, \quad \mathbf{C} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}.$$

1.5p

- (b) ange produkternas typer i (a):

$$\text{typ}(\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}) = 2 \times 1, \quad \text{typ}(\mathbf{C} \cdot \mathbf{B}) = 4 \times 3, \quad \text{typ}(\mathbf{C} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{A}) = 4 \times 1.$$

1.0p

2. Följande totalmatris är given...

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 0 & 0 & -14 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

- (a) rang (koefficientmatris) = rang(totalmatris) = 2.

1.0p

- (b) Antal lösningar till ekvationssystemet är ∞ .

1.0p

3. Matrisen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ är given.

- (a) Visa att inversmatrisen är $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 11 & -5 & -2 \\ 2 & -1 & 0 \\ -6 & 3 & 1 \end{bmatrix}$...

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \cdot 11 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot (-6) & 1 \cdot (-5) + 1 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 & 1 \cdot (-2) + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 1 \\ 2 \cdot 11 + 1 \cdot 2 + 4 \cdot (-6) & 2 \cdot (-5) + 1 \cdot (-1) + 4 \cdot 3 & 2 \cdot (-2) + 1 \cdot 0 + 4 \cdot 1 \\ 0 \cdot 11 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot (-6) & 0 \cdot (-5) + 3 \cdot (-1) + 1 \cdot 3 & 0 \cdot (-2) + 3 \cdot 0 + 1 \cdot 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}.$$

(och p.s.s. med $\mathbf{B} \cdot \mathbf{A}$).

1.5p

- (b) Lös matrisekvationen med valfri metod..., ex.vis med invers matris:

$$\mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 9 \end{bmatrix} \iff \mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

1.0p

4. Givet matrisekvationen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} - \mathbf{X}$.

- (a) Lös ut matrisen \mathbf{X} uttryckt m.h.a. de andra matriserna...

$$\iff (\mathbf{A} + \mathbf{I}) \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B} \iff \mathbf{X} = (\mathbf{A} + \mathbf{I})^{-1} \cdot \mathbf{B}$$

1.0p

- (b)

Matrisekvation	\mathbf{A}	·	\mathbf{X}	=	\mathbf{B}	-	\mathbf{X}
typ	$3 \times$		$\times 2$		$\times 2$		$\times 2$
typ	$3 \times$		$\times 2$		3×2		3×2
typ	$3 \times$		3×2		3×2		3×2
typ	3×3		3×2		3×2		3×2

d.v.s. typ $\mathbf{A} = 3 \times 3$, typ $\mathbf{B} =$ typ $\mathbf{X} = 3 \times 2$.

1.0p