



## Chalmers Tekniska Högskola

### Lösningförslag till Dugga 2 för DAI1 och EI1, LMA 212, 20151012, 13.00-15.00

1. Beräkna determinanten av matriserna...  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}$  och  $\mathbf{A} + \mathbf{B}$ , där

$$|\mathbf{A}| = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 7 \end{vmatrix} = 1 \cdot 5 \cdot 7 = 35 \text{ och } |\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}| = \begin{vmatrix} a & x & x \\ 0 & 5d & x \\ 0 & 0 & 7f \end{vmatrix} = 35adf \text{ samt}$$

$$|\mathbf{A} + \mathbf{B}| = \begin{vmatrix} 1+a & x & x \\ 0 & 5+d & x \\ 0 & 0 & 7+f \end{vmatrix} = (1+a)(5+d)(7+f).$$

1.5 p

2. (Hur ändras en determinants värde av radoperationen...?)

- multiplikation av en rad som sedan adderas till en annan rad ändrar inte värdet på determinanten.
- radbyte ändrar tecken på determinanten.
- multiplikation av en rad med ett tal  $\neq 0$  ändrar determinantens värde med samma tal.

1.5 p

3. (Vilka samband är identiteter?)

(a) identitet $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a}$	(b) identitet $\mathbf{a} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) = 0$	(c) identitet $(\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \cdot \mathbf{c} = \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})$
(d) identitet $\mathbf{a} \times \mathbf{a} = \mathbf{0}$	(e) identitet $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a} =  \mathbf{a} ^2$	(f) identitet $\mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) = \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c}$

2.0 p

4. Givet två vektorer  $\mathbf{a} = (x_1, y_1, z_1)$  och  $\mathbf{b} = (x_2, y_2, z_2)$ .

- Skalärprodukten  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$ .
- Vektorprodukten

$$\mathbf{a} \times \mathbf{b} = (y_1z_2 - z_1y_2, z_1x_2 - x_1z_2, x_1y_2 - y_1x_2).$$

2.0 p

5. Följande vektorer i  $\mathbb{R}^3$  är givna.  $\begin{cases} \mathbf{a} = (1, 0, 0) \\ \mathbf{b} = (0, 1, 0) \\ \mathbf{c} = (0, 0, 1) \end{cases}$ .

- a)

$$\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1.$$

- b)

$$\mathbf{a} \times (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) = (1, 0, 0) \times (1, 0, 0) = \mathbf{0} = (0, 0, 0).$$

3.0p

6. (a)  $\det(\mathbf{A}^{-1}) = \frac{1}{1/2} = 2$ .

1.0 p

- (b)

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{I} \implies \det(\mathbf{A} \cdot \mathbf{A}^{-1}) = \det \mathbf{A} \cdot \det(\mathbf{A}^{-1}) = \det \mathbf{I} = 1 \iff \det \mathbf{A} \neq 0.$$

2.0 p

- (c)

$$\text{inv}(2, 4, 3, 1) = \begin{cases} (2, 4, 3, 1) \\ (2, 4, 1, 3) \\ (2, 1, 4, 3) \\ (1, 2, 4, 3) \\ (1, 2, 3, 4) \end{cases} = 4, \text{ så att } (-1)^{\text{inv}(2,4,3,1)} = (-1)^4 = 1.$$

2.0 p