September 19, 2016
Chalmers Tekniska högskola
CHALMERS | GÖTEBORGS UNIVERSITET

Innehåll

Laboration 2 i matematik, Linjär algebra för DAI1 och EI1, ht 2016 i kursen LMA212

Denna laboration syftar till att kunna se möjligheter och svårigheter att lösa matematiska problem inom vektoralgebra och komplexa tal med ett datorprogram.

1 Vektoralgebra och komplexa tal i programmet Mathematica

1.1 Inledning

Programmet Mathematica kan ge såväl exakta som numeriska/approximativa lösningar på allehande matematiska ekvationer.

- Genom kommandon får man programmet att utföra det man vill. Ett kommando är ett ord, som börjar med versal, ex.vis **Solve**. Att lösa ekvationen $x^2 + 3x = 2$ skrivs
$$\mathbf{Solve}[\mathbf{x^2} + \mathbf{3x} == \mathbf{2}, \mathbf{x}]$$
Observera "fyrkantsparanteserna" efter kommandot $\mathbf{Solve}$. Mma använder dessutom *två* likhetstecken för ekvationslösning, ==.

- För att få reda på ett kommandos syntax, kan man skriva $\mathbf{Solve}$ och får då förklaring samt exempel på användning av kommandot.

1.2 Uppgifter

1. En vektor på komponentform skrivs som en lista, där elementen är vektorns element/komponenter. Följande tre vektorer är givna. $\boldsymbol{u} = (2, 1, 3)$, $\boldsymbol{v} = (1, 4, 5)$ och $\boldsymbol{w} = (3, -2, 1)$.

   (a) Beräkna längden av $\boldsymbol{u}$ och $\boldsymbol{v}$ samt skalär produkten $\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v}$. Ledning: $|\boldsymbol{u}|^2 = \boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{u}$.

   (b) Beräkna vinkeln θ mellan $\boldsymbol{u}$ och $\boldsymbol{v}$. Använd att
   $$\cos\theta = \frac{\boldsymbol{u} \cdot \boldsymbol{v}}{|\boldsymbol{u}|\,|\boldsymbol{v}|} \text{ och kommandot } \mathbf{ArcCos}[\cdot]\,.$$
   Mma-syntax: Multiplikation mellan listor skrivs med punkt: $a.b$.
   $$u := \{2, 1, 3\} \text{ och } A := \{u, v, w\}\,.$$

   (c) Visa att $\boldsymbol{w}$ är linjärt beroende av $\boldsymbol{u}$ och $\boldsymbol{v}$. Med detta menas att $\boldsymbol{w} = x\,\boldsymbol{u} + y\,\boldsymbol{v}$ för två reella tal x och y. Lös denna ekvation!

(d) Bilda matrisen $\boldsymbol{A}$ som har $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{v}$ och $\boldsymbol{w}$ som rader (se ovan). Beräkna $\det \boldsymbol{A}$. Använd också $\mathbf{RowReduce}$ på matrisen. Förklara resultatet utifrån (c).

(e) Beräkna $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}$ och verifiera att denna vektor är vinkelrät mot $\boldsymbol{u}$ och $\boldsymbol{v}$. Mma-syntax: $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v}$ skrivs $\mathbf{Cross}[\mathbf{u}, \mathbf{v}]$.

2. Givet polynomet $f(z) = 12z^3 + 20z^2 + 38z + 20$.

   (a) Lös ekvationen $f(z) = 0$.

   (b) Faktoruppdela $f(z)$ i reella polynom av grad 2.

   (c) Rita polynomet som funktion av en reell variabel z. Rita så att det reella nollstället finns med i grafen!
   Kommandon
   $$\mathbf{Plot}[\mathbf{f}[\mathbf{z}], \{\mathbf{z}, -\mathbf{4}, \mathbf{4}\}]$$

3. Impedansen Z för pareallellkoppling av kondensator med seriekopplad spole och resistor kan skrivas
   $$\frac{1}{Z} = \frac{1}{j\omega L + R} + j\omega C \, .$$
   j är här den imaginära enheten och skrivs I i Mma.

   (a) Vad är Z?

   (b) Vad är Z, om
   $$\boxed{\begin{array}{lcl} \omega & = & 100 \\ C & = & 1.0 \cdot 10^{-3} \\ R & = & 2.0 \\ L & = & 4.0 \cdot 10^{-3} \end{array}}$$

   i SI-enheter.

4. (Extra uppgift för den som vill.) Lös den binomiska ekvationen $z^3 = 8i$. Använd kommandot $\mathbf{ExpToTrig}$ för att få svaret på läslig form.