Repetition av föreläsning VIII; Determinanter I

Determinant av matris av ordning 2

$$\det \boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} \end{vmatrix} = a_{1,1}a_{2,2} - a_{1,2}a_{2,1}\,.$$

$$\det \boldsymbol{A} = \det \boldsymbol{A}^T$$

Determinant av matris av ordning 3

$$\det \boldsymbol{A} = \left| \begin{array}{ccc|cc} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & a_{1,1} & a_{1,2} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & a_{2,3} & a_{2,1} & a_{2,2} \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & a_{3,1} & a_{3,2} \end{array} \right| = \{\textbf{Sarrus regel}\}$$

$$= a_{1,1}a_{2,2}a_{3,3} + a_{1,2}a_{2,3}a_{3,1} + a_{1,3}a_{2,1}a_{3,2} +$$

$$-a_{1,3}a_{2,2}a_{3,1} - a_{1,1}a_{2,3}a_{3,2} - a_{1,2}a_{2,1}a_{3,3}$$

Observera att det finns en term för varje permutation av kolonnindexen av $(1, 2, 3)$.

Tecknet framför respektive term:

$$\begin{array}{cccc} + : & (1,2,3) & (2,3,1) & (3,1,2) \\ \hline - : & (3,2,1) & (1,3,2) & (2,1,3) \end{array}$$

Antalet parbyten av grannar (intilliggande index) är antalet *inversioner* inv.
Ex.vis är

$$\mathrm{inv}((\mathbf{3}, \mathbf{2}, \mathbf{1})) = \mathbf{3}.$$