Repetition av föreläsning X; Determinanter III

Utvecklingssaten

säger att man kan ”uveckla”
matrisen längs godtycklig
rad eller kolonn
för att beräkna dess determinant.

- $$\det \boldsymbol{A} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \{\text{ utveckling längs kolonn } 1\} =$$

  $$(-1)^{1+1} a_{11} \begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{2+1} a_{21} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} + (-1)^{3+1} a_{31} \begin{vmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{vmatrix}$$

  i tre underdeterminanter

Cramers regel

För att lösa ut x_k i $\boldsymbol{x} = [x_1, \, x_2 \ldots x_k \ldots x_n]^T$ i matrisekvationen $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ använder man denna regel:

$$x_k = \frac{|\boldsymbol{A}_k(\boldsymbol{b})|}{|\boldsymbol{A}|},$$

där $\boldsymbol{A}_k(\boldsymbol{b})$ är matrisen $\boldsymbol{A}$ med kolonn k ersatt av $\boldsymbol{b} = [b_1 \, b_2 \ldots b_k \ldots b_n]^T$.