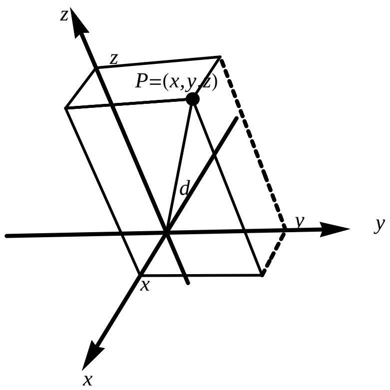
Repetition av föreläsning VII

Avstånd i $\mathbb{R}^n$

$\mathbb{R}^2$ och $\mathbb{R}^3$



Avstånd i $\mathbb{R}^2$ och $\mathbb{R}^3$

- Avstånd i $\mathbb{R}^2$ mellan punkt $P = (x, y)$ och origo (0,0) är $d = \sqrt{x^2 + y^2}$.
- Avstånd i $\mathbb{R}^3$ mellan punkt $P = (x, y, z)$ och origo (0,0,0) är $d = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = |(x, y, z)|$.

Lösning av ES med MK-metoden (Least Square Method)

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} = \boldsymbol{B} \Longrightarrow \boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} = \boldsymbol{A}^T \cdot \boldsymbol{B}\,,$$

där typ $\boldsymbol{A} = m \times n$ oftast med $m > n$ och typ $\boldsymbol{X} = n \times 1$.

Kommentarer

- Man kan visa att den sista matrisekvationen alltid har lösning.
- Den/de lösningar man får, betecknas $\overset{\wedge}{\boldsymbol{X}}$.

- En *felvektor* är $\boldsymbol{f} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} - \boldsymbol{B}$.
  Medelfelet definieras

$$\eta = \frac{|\boldsymbol{f}|}{\sqrt{m}} = \frac{|\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} - \boldsymbol{B}|}{\sqrt{m}}$$

  där m är antalet ekvationer i det ursprungliga ES.

- Man kan visa att η är som minst, om $\boldsymbol{X} = \overset{\wedge}{\boldsymbol{X}}$.

Anpassing av linje $y = kx + m$ till ett antal punkter

Givet fem punkter som uppfyller

$$\begin{cases} kx_1 + m = y_1 \\ kx_2 + m = y_2 \\ kx_3 + m = y_3 \\ kx_4 + m = y_4 \\ kx_5 + m = y_5 \end{cases}$$

Detta ger upphov till ett överbetsämt ES med fem ekvationer och två obekanta (k och m).

Som matrisekvation

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_1 & 1 \\ x_2 & 1 \\ x_3 & 1 \\ x_4 & 1 \\ x_5 & 1 \end{bmatrix}}_{=\boldsymbol{A}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} k \\ m \end{bmatrix}}_{=\boldsymbol{X}} = \underbrace{\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \end{bmatrix}}_{=\boldsymbol{Y}}.$$

Fakultet

- $0! = 1$
- $n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n$ för $n = 1, 2, \ldots$
- Speciellt är $(n+1)! = n! \cdot (n+1)$.
- $n!$ är antalet ordningar (permutationer), som n olika elemenet skan skrivas.
- Ex.vis är $10! = 3\,628\,800$ och $52! \approx 8.06582 \cdot 10^{67}$.