Repetition av föreläsning XV; Komplexa tal I

Definition och enkla egenskaper

Komplexa talplanet $\mathbb{C}$ är geometriskt, som $\mathbb{R}^2$.
Komplexa tal är algebraiskt, som $\mathbb{R}$.

Ett komplext tal kan skrivas $z = x + j\,y$, där x och y är reella.
$j \equiv i$ är den *imaginära enheten* och har egenskapen $j^2 = -1$.
Ett kompext tal kan betraktas om en punkt eller (orts-)vektor.
$z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\quad \arg z = \alpha$, den vinkel som z, som vektor bildar med positiva realaxeln.

- Räknelagar(-regler) är desamma i $\mathbb{R}$ och i $\mathbb{C}$.
  Komplexkonjugatet definieras som $\overline{z} = x - j\,y$.
  $$\overline{z+w} = \overline{z} + \overline{w}$$
  $$\overline{z \cdot w} = \overline{z} \cdot \overline{w}.$$
  $$\frac{z + \overline{z}}{2} = x = \operatorname{Re} z.$$
  $$\frac{z - \overline{z}}{2i} = y = \operatorname{Im} z.$$
  $$z \cdot \overline{z} = |z|^2.$$

- För en likhet $z = w$
  gäller att $\operatorname{Re} z = \operatorname{Re} w$ och $\operatorname{Im} z = \operatorname{Im} w$.