Repetition av föreläsning XII; Vektorer II

Vektor

Vektorer forts

- En vektor på komponentform i $\mathbb{R}^3$, skrivs $\boldsymbol{a} := (x, y, z)$.
- Längden av en sådan vektor är $|\boldsymbol{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
- Additionen av två sådana vektorer sker komponentvis: $\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$.
- En *enhetsvektor* $\boldsymbol{e}$ har längden 1: $\frac{1}{|\boldsymbol{a}|}\boldsymbol{a}$ är en enhetsvektor, om $\boldsymbol{a} \neq \mathbf{0}$.
- Speciellt är $\boldsymbol{e}_x = \boldsymbol{i} = (1, 0, 0)$, $\boldsymbol{e}_y = \boldsymbol{j} = (0, 1, 0)$, $\boldsymbol{e}_z = \boldsymbol{k} = (0, 0, 1)$ enhetsvektorer längs koordinataxlarna.
- En vektor på komponentform i $\mathbb{R}^3$ kan skrivas $\boldsymbol{a} = a_1\boldsymbol{e}_x + a_2\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{a}_3\boldsymbol{e}_z$.

Skalär produkt (Dot product) och vektorprodukt (Cross product)

- $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}| \cdot |\boldsymbol{b}| \cos\theta$, där θ är mellanliggande vinkel till vektorerna.

- På komponentform: $\boldsymbol{a} \cdot \boldsymbol{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.
- Vektorprodukten $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ definieras som den vektor i $\mathbb{R}^3$, som uppfyller $|\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}| = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}| \sin\theta$, $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{b} \perp \boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a} \times \boldsymbol{b}$ utgör ett högersystem.

- På komponentform
$$a \times b = \begin{vmatrix} \boldsymbol{e}_x & \boldsymbol{e}_y & \boldsymbol{e}_z \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}.$$