Lösningsförslag till section 1.5 exercise 7

Givet det homogena ES på matrisform

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -3 & 7 \\ 0 & 1 & -4 & 5 \end{bmatrix}$$

Lös ES och skriv lösningen på parametrisk vektorform.

Lösning:

Att det är homogent ES, innebär att HL är undertryckt men vi skriver ut det:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 3 & -3 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 5 & 0 \end{array}\right] \begin{array}{c} \leftarrow \\ \cdot(-3) \end{array} \sim \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 9 & -8 & 0 \\ 0 & 1 & -4 & 5 & 0 \end{array}\right]$$

och vi har den sista matrisen på "reduced row echelon form", d.v.s. på radreducerad form. VI ser att HL förblir $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, d.v.s. en "nollkolonn". De bundna variablerna är x_1 och x_2 och de fria x_3 och x_4. Nu till hur vi skriver lösningarna. Observera att $x_1 = -9x_3 + 8x_4$ och $x_2 = 4x_3 - 5x_4$. Alltså är

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9x_3 + 8x_4 \\ 4x_3 - 5x_4 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9x_3 \\ 4x_3 \\ x_3 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 8x_4 \\ -5x_4 \\ 0 \\ x_4 \end{bmatrix} = x_3 \begin{bmatrix} -9 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + x_4 \begin{bmatrix} 8 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Detta är svaret så som Lay vill ha det.

$$\begin{bmatrix} -9 \\ 4 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ och } \begin{bmatrix} 8 \\ -5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

kallar han för vektorer. Vi kommer att komma till dessa begrepp senare. x_3 och x_4 kallas parametrar. Vi har tidigare haft parameter t i exempel 1.8 (Föreläsningsanteckningar; linalgebra1.pdf). Här har vi *två* fria variabler och kan inför parametrar för dessa: $x_3 = s$ och $x_4 = t$. Lösningsmängden är därmed tvådimensionell i ett fyrdimensionellt rum.