

Tentamen i Linjär algebra för DAI1 och EI1, LMA 212, 20141030
f.m.

Lärare:	Reimond Emanuelsson, tel 031 772 5888 eller 031 772 5892
Hjälpmedel:	Chalmersgodkänd miniräknare
Imaginära enheten:	j

Lösningarna skall vara utförligt gjorda och svaren exakta och förenklade så långt som möjligt.

1. Givet det komplexa talet $z = \frac{j-5}{3+2j}$. Beräkna

(a) $|z|$, (b) $\text{Im } z$, (c) $\arg z$. 2.0 p

2. Följande ekvationssystem är givet

$$\begin{cases} x + y - 2z & = 1 \\ x - y - 3z & = -6 \\ -x + 2y + 4z & = 10 \end{cases}$$

(a) Lös ekvationssystemet. 1.5 p

(b) Beräkna determinanten av koefficientmatrisen. 2.0 p

(c) För vilket tal a är $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} a & 8 & 5 \\ 1 & a & -1 \\ -1 & 3 & -a \end{bmatrix}$ invers matris till koefficientmatrisen i (a)? 2.0 p

3. Följande punkter i \mathbb{R}^3 är givna.

$$P = (1, 2, 3), \quad Q = (3, 1, 1),$$

$$R = (1, 4, 5), \quad S = (3, 4, 7).$$

(a) Beräkna vinkeln mellan \overrightarrow{PQ} och \overrightarrow{PR} . 2.0 p

(b) Ge en ekvation för planet som innehåller punkterna P , Q och R . 2.5 p

(c) Beräkna arean av triangeln med hörn i P , Q och R . 1.5 p

(d) Beräkna avståndet mellan planet i (b) och punkten S . 2.5 p

4. Nedan finns två ekvationer för plan i \mathbb{R}^3 .

$$\begin{aligned} x - y + z &= 0 \\ x - 2y + z + 1 &= 0 \end{aligned}$$

(a) Lös ekvationssystemet. 1.0 p

(b) Ge en ekvation för det plan som är vinkelrät mot dessa två plan och som innehåller punkten $(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0)$. 1.5 p

5. (a) Polynomet $f(z) = az^3 + bz^2 + cz + d$ har reella koefficienter, a , b , c och d . Bevisa att om $f(z) = 0$, så är $f(\bar{z}) = 0$, m.h.a. lagar för komplexkonjugat. 2.5 p

(b) Polynomet $f(z) = 2z^3 + z^2 - 18z - 35$ har ett icke-reellt nollställe med realdel -2 . Lös ekvationen $f(z) = 0$. 3.0 p

6. Lös den binomiska ekvationen $z^3 + 64j = 0$. 3.0 p