

Tentamen vid Chalmers tekniska högskola i matematik, kurskod LMA 212, för DAI och EI, fredag e.m. 20150102

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd miniräknare

Ansvarig lärare: Reimond Emanuelsson, tel 031 772 5888, 0708 948456

Lösningarna skall vara utförligt gjorda. Svaren skall vara exakta och vara förenklade så långt som möjligt!

1. Beräkna $\operatorname{Im} z$, $|z|$ och $\arg z$ för $z = \frac{4+j}{3+5j}$. 2.0p

2. Betrakta ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - y + z = -2 \\ x - y + 2z = -1 \\ 5x - 3y + 11z = 2 \end{cases} .$$

(a) Lös ekvationssystemet. 1.5p

(b) Beräkna determinanten av koefficientmatrisen \mathbf{A} i (a). 1.5p

(c) För vilket reellt tal k är matrisen $k \cdot \begin{bmatrix} 5 & -8 & 1 \\ 1 & -6 & 1 \\ -k & k & 0 \end{bmatrix}$ inversmatris till koefficientmatrisen \mathbf{A} i (a)? 1.0p

3. Givet ekvationssystemet

$$\begin{cases} x - y = 1 \\ -2x + y = -4 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$$

(a) Bestäm den bästa (approximativa) lösningen i Minsta kvadratmetodens mening. 2.0p

(b) Beräkna medelfelet. 1.5p

(c) Visa att matrisen $\mathbf{A}_v^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ är vänsterinvers till koefficientmatrisen i (a). Lös det ursprungliga ekvationssystemet m.h.a. vänsterinversen. 1.0p

4. Följande punkter, i ett ONH-system, är givna.

$$P = (1; -4; 1), Q = (4; 1; 9), R = (3; 6; -6), \text{ och } S = (1; 0; -1).$$

(a) Bestäm vinkeln mellan \overrightarrow{PQ} och \overrightarrow{PR} . 2.5p

(b) Bestäm arean på triangeln med hörn i P , Q och R . 1.5p

(c) Bestäm en ekvation för planet Π , som innehåller punkterna P , R och S . 2.5p

(d) Bestäm volymen av tetraedern med hörn i punkterna P , Q , R och S . 1.5p

5. Betrakta binomet $f(z) := z^2 + 2j$.

(a) Lös den binomiska ekvationen $f(z) = 0$ 2.0p

(b) Skriv polynomet $f(z)$ som en produkt av två komplexa polynom. 2.0p

6. Faktoruppdelning av polynomet $g(z) = 3z^3 + 8z^2 + 10z + 4$ i reella polynom av så låg grad som möjligt. Ledning: Polynomet har ett nollställe med imaginärdel 1. 4.5p

Lycka till!