Tentamen i Linjär algebra, 3.7 hp, LMA212 för DAI1 och DEI1, 20161027,08.30-12.30

tel 031 772 5881/0708 948 456. Lärare: Reimond Emanuelsson

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd miniräknare

1. Låt $z = \dfrac{1+9j}{4-5j}$.

   (a) Förenkla z. (b) Beräkna $|z|$. (c) Bestäm $\operatorname{Im} z$. (d) Bestäm $\arg z$. 2.0p

2. Givet matrisen $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

   (a) Beräkna $\det \boldsymbol{A}$. (b) Lös matrisekvationen $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$. 1.0p+1.5p

   (c) Bestäm talet b, så att

   $$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} b & 0 & b \\ -b & 1 & -3 \\ 0 & 0 & b \end{bmatrix}$$

   är inversmatris till matrisen $\boldsymbol{A}$. 1.5p

3. Givet matrisekvationen $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, där $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \\ 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ och $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$.

   (a) Visa att matrisekvationen saknar lösning $\boldsymbol{x}$. 0.5p

   (b) Lös matrisekvationen med MK-metoden. 2.5p

   (c) Beräkna medelfelet. 1.0p

   (d) Visa att matrisen

   $$\boldsymbol{A}_L^{-1} = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   är vänsterinvers och lös matrisekvationen m.h.a. $\boldsymbol{A}_L^{-1}$. 1.0p

4. Givet punkterna $P = (3; 2; 8)$, $Q = (2; 1; 5)$ och $R = (2; 2; 6)$.

   (a) Beräkna arean av triangeln T med hörn i P, Q och R. 2.0p

   (b) Bestäm en ekvation för planet Π, som innehåller punkterna P, Q och R. 2.0p

5. Givet ekvationen för planet $\Pi: \; 2x + y - z = 0$ och linjen L med ekvationen $\begin{cases} x &= t \\ y &= 2t \\ z &= 4t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

   (a) Visa att linjen L ligger i planet Π. 1.5p

   (b) Bestäm en ekvation för det plan Π_1, som innehåller linjen L och är vinkelrät mot planet Π. 2.5p

6. Givet punkterna $O = (0; 0; 0)$, $P_1 = (-6; 9; 2)$, $P_2 = (6; 2; 9)$ och $P_3 = (7; 6; -6)$.

   (a) Visa att punkterna befinner sig på samma avstånd till origo $O = (0; 0; 0)$ och att sträckorna OP_1, OP_2 och OP_3 är parvis vinkelräta. 2.0p

   (b) Punkterna utgör hörnen i en kub (enligt a)). Bestäm koordinaterna för kubens övriga hörn. 2.0p

7. Polynomet $f(z) = z^3 + 3\sqrt{2}z^2 + 8z + 4\sqrt{2}$ har ett nollställe $z_1 = a + aj.$, där $a \in \mathbb{R}$ är ett reellt tal mellan -2 och 2.

   (a) Lös ekvationen $f(z) = 0$. 3.0p

   (b) Faktorisera $f(z)$ i reella polynom av så låg grad som möjligt. 1.0p