Tentamen i Linjär algebra, 3.7 hp, LMA212 för DAI1 och DEI1, 2016-12-22, 14.00-18.00

tel 031 772 5881/0708 948 456. Lärare: Reimond Emanuelsson

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd miniräknare

1. Låt $z = \dfrac{7+3j}{2j-5}$.

   (a) Förenkla z. (b) Beräkna $|z|$. (c) Bestäm $\operatorname{Im} z$. (d) Bestäm $\arg z$. 2.0p

2. Givet matrisen $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

   (a) Beräkna $\det \boldsymbol{A}$. (b) Lös matrisekvationen $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$. 1.0p+1.5p

   (c) Bestäm talet b, sådan att

   $$\boldsymbol{B} = \frac{1}{b} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & b+1 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

   är inversmatris till matrisen $\boldsymbol{A}$. 1.5p

3. Givet matrisekvationen $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, där $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -2 \\ 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ och $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.

   (a) Visa att matrisekvationen saknar lösning $\boldsymbol{x}$. 0.5p

   (b) Lös matrisekvationen med MK-metoden. 2.5p

   (c) Beräkna medelfelet. 1.0p

   (d) Visa att matrisen

   $$\boldsymbol{A}_L^{-1} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & -1 & 3 \\ -2 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

   är vänsterinvers och lös matrisekvationen m.h.a. $\boldsymbol{A}_L^{-1}$. 1.0p

4. Givet punkterna $P = (4; 2; 1)$, $Q = (2; 1; -1)$ och $R = (0; -1; -1)$.

   (a) Beräkna arean T av triangeln med hörn i P, Q och R. 2.0p

   (b) Bestäm en ekvation för planet Π, som innehåller punkterna P, Q och R. 2.0p

5. Givet ekvationen för planet $\Pi:\ 3-2x+2y+z=0$ och linjen L med ekvationen $\begin{cases} x &= 3t+1 \\ y &= 2t \\ z &= 2t-1 \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

   (a) Visa att linjen L ligger i planet Π. 1.5p

   (b) Bestäm en ekvation för det plan Π_1, som innehåller linjen L och är vinkelrät mot planet Π. 2.5p

6. Givet punkterna $P_1 = (3; 4)$, $P_2 = (8; 2)$ och $P_3 = (5; 9)$.

   (a) Visa att sträckorna P_1P_2 och P_1P_3 är lika långa och vinkelräta. 2.0p

   (b) Bestäm koordinaten för en fjärde punkt P_4, sådan att de fyra punkterna är hörn i en kvadrat. 2.0p

7. Polynomet $f(z) = 2z^3 + 13z^2 + 42z + 18$ har ett nollställe $z_1 = a + aj$, där a är ett heltal.

   (a) Lös ekvationen $f(z) = 0$. 3.0p

   (b) Faktorisera $f(z)$ i reella polynom av så låg grad som möjligt. 1.0p