

Tentamen i Linjär algebra, 3.7 hp, LMA212 för DI1 och EI1,
20171221,14.00-18.00

tel 031 772 5892/0708 948 456. Lärare: Reimond Emanuelsson
Telefonvakt: Thomas Wernstål, 031-772 3557

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd miniräknare

1. Låt $z = \frac{5 + 2j}{3 + 7j}$.

- (a) Förenkla z . (b) Beräkna $|z|$. (c) Bestäm $\text{Im } z$. (d) Bestäm $\arg z$.

2.0p

2. Givet matrisen $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$.

(a) Beräkna $\det \mathbf{A}$. (b) Lös matrisekvationen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$.

1.0p+1.5p

- (c) Ge en geometrisk förklaring till de tre ekvationerna i (c) samt till lösningen i (b).

1.5p

3. Givet matrisekvationen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$, där $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ och $\mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

- (a) Visa att matrisekvationen saknar lösning \mathbf{x} .

0.5p

- (b) Lös matrisekvationen med MK-metoden.

2.5p

- (c) Beräkna medelfelet.

1.0p

4. Givet punkterna $P = (3; 2; 0)$, $Q = (1; -1; 2)$ och $R = (1; 2; -1)$.

- (a) Beräkna arean av triangeln T med hörn i P , Q och R .

2.0p

- (b) Bestäm en ekvation för planet Π , som innehåller punkterna P , Q och R .

2.0p

- (c) Visa att linjen $L : (x, y, z) = (2, 0, 1)t + (1, 0, 1)$, $t \in \mathbb{R}$ ligger i planet Π .

1.5p

5.

Givet punkterna $O = (0; 0; 0)$, $P_1 = (2; 5; 14)$, $P_2 = (11; -10; 2)$ och $P_3 = (10; 10; -5)$.

- (a) Visa att punkterna P_1 , P_2 och P_3 befinner sig på samma avstånd till origo $O = (0; 0; 0)$ och att sträckorna OP_1 , OP_2 och OP_3 är parvis vinkelräta.

2.0p

- (b) Punkterna utgör hörnen i en kub (enligt a)). Bestäm koordinaterna för kubens övriga hörn.

2.0p

6. Polynomet $f(z) = z^2 + (4 - 2j)z + (3 - 4j)$ är givet.

- (a) Lös ekvationen $f(z) = 0$.

3.0p

- (b) Faktorisera $f(z)$ i polynom av grad 1.

1.0p

7. Polynomet $g(z) = z^4 + 2z^3 + 26z^2 + 50z + 25$ har ett rent imaginärt nollställe.

- (a) Lös ekvationen $g(z) = 0$.

3.0p

- (b) Faktorisera $g(z)$ i reella polynom av så låg grad som möjligt.

1.0p