



Dugga/Baskunskapstentamen vid Chalmers tekniska högskola i matematik, kurskod LMA 212, för DAI och EI, måndag f.m. 20150824

Telefonvakt: Reimond Emanuelsson, 772 5888/5892

Inga hjälpmedel

Lösningarna skall vara utförligt gjorda. Svaren skall vara exakta och vara förenklade så långt som möjligt!

1. Beräkna determinanten av de matriser, där det är möjligt.

$$(a) \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} \quad (b) \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix} \quad (c) \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

3.0p

2. Givet matrisekvationen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}$, där

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{och} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- (a) Visa att $\mathbf{A}_v^{-1} := \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$ är en vänsterinvers till \mathbf{A} .
(b) Lös matrisekvationen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}$ m.h.a. vänsterinversen i (b).
(c) Är lösningen som erhålls i (c) riktig?

2.5p

3. Givet matrisekvationen

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B} + \mathbf{X}.$$

- (a) Lös ut matrisen \mathbf{X} uttryckt i de två andra matriserna. Förutsätt att lämpliga matriser har invers.
(b) Med förutsättningar som ovan, och att \mathbf{A} har två kolonner och \mathbf{B} har tre rader, ange typen för samtliga matriser.

3.5p

4. Antag att \mathbf{A} och \mathbf{B} är inverterbara matriser av samma typ. Vilken/vilka av likheterna i (a) och (b) är identiteter? Ge bevis eller motexempel.

- (a) $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B}^{-1}$.
(b) $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^{-1} = \mathbf{B}^{-1} \cdot \mathbf{A}^{-1}$.

4.0p

5. (a) Definiera vektoriell produkt mellan två vektorer \mathbf{a} och \mathbf{b} i \mathbb{R}^3 .
(b) Ange vektorprodukten $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ på komponentform, om $\mathbf{a} = (x_1, y_1, z_1)$ och $\mathbf{b} = (x_2, y_2, z_2)$.
(c) Ange värdet på $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$, om $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$.

5.0p

6. \mathbf{a} , \mathbf{b} och \mathbf{c} är vektorer i \mathbb{R}^3 . Förenkla

(a)

$$\mathbf{a} \cdot (2\mathbf{b} - \mathbf{c}) - \mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} + 2\mathbf{a}) + \mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b}).$$

(b)

$$\mathbf{a} \times (2\mathbf{b} - \mathbf{a}) + \mathbf{b} \times (\mathbf{b} + 2\mathbf{a}).$$

3.0p

7. Givet fyra punkter P , Q , R och S i \mathbb{R}^3 .

- (a) Vad är arean av triangeln med hörn P , Q och R uttryckt i dessa punkter?
(b) Vad är volymen av tetraedern med hörn P , Q , R och S uttryckt i dessa punkter?

4.0p

Härledningar behövs inte.

Lycka till!