

Telefonvakt: Reimond Emanuelsson, 772 5892, 0708 948 456

Inga hjälpmedel

Lösningarna skall vara utförligt gjorda. Svaren skall vara exakta och vara förenklade så långt som möjligt!

1. Givet matriserna nedan

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a & b & c & d \\ s & t & u & v \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [1 \quad 2 \quad 3]$$

(a) Vilka produkter av två eller tre matriser, av matriserna ovan är möjliga? För poäng måste svaret vara helt korrekt. 1.0p

(b) Bestäm typerna för produkterna i (a). 1.0p

2. Följande matris är ett ekvationssystem på matrisform i variablerna x, y, z , och u .

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \end{array} \right]$$

(a) Ange rang på koefficient- och totalmatris. 1.0p

(b) Lös ekvationssystemet. 1.5p

3. Givet matrisekvationen

$$\mathbf{X} \cdot \mathbf{A} = \mathbf{B} - 2\mathbf{X}.$$

(a) Lös ut matrisen \mathbf{X} uttryckt i de två andra matriserna. Förutsätt att lämpliga matriser har invers. 2.0p

(b) Med förutsättningar som ovan, och att \mathbf{A} har tre kolonner och \mathbf{B} har två rader, ange typen för samtliga matriser. 1.5p

4. Antag att för matrisen \mathbf{A} är typ $\mathbf{A} = 3 \times 3$ och att matrisekvationen $\mathbf{x} : \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{b}$ har lösningen

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = t\mathbf{v} + \mathbf{r}_0, \quad t \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

Motivera dina svar på (a) och (b):

(a) Ange värdet på $\det \mathbf{A}$. (b) Ange värdet på rang \mathbf{A} . 1.5p, 1.5p

(c) Vilken typ av geometriskt objekt beskrivs av (1)? 1.0p

5. Matrisen $\mathbf{A} := \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$ är given.

(a) Beräkna $\det(\mathbf{A}^T)$. (b) Beräkna $\det(2\mathbf{A})$. 2.0p, 2.0p

6. Vektorerna \mathbf{u} och \mathbf{v} är vinkelräta vektorer i \mathbb{R}^3 båda med samma längd 3. Förenkla och markera om förenklingen är en vektor eller ett tal.

(a) $\mathbf{u} \cdot (\mathbf{u} \times \mathbf{v})$. 1.5p

(b) $\mathbf{u} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{v})$. 1.5p

(c) $|\mathbf{u} \times (\mathbf{u} \times \mathbf{v})|$. 2.0p

7. Antag att \mathbf{A} är en kvadratisk matris.

(a) Antag att \mathbf{A} är en inverterbar matris. Visa att matrisekvationen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}$ har entydig lösning \mathbf{X} .

(b) Antag att matrisekvationen $\mathbf{A} \cdot \mathbf{X} = \mathbf{B}$ har entydig lösning \mathbf{X} för varje \mathbf{B} . Visa att \mathbf{A} har invers matris (Det räcker att visa att det finns högerinvers).

2.0p, 2.0p

Lycka till!