Tentamen i Linjär algebra, 3.7 hp, LMA212 för DI1 och EI1, 20181101,08.30-12.30

tel 031 772 5892/0708 948 456. Lärare: Reimond Emanuelsson

Hjälpmedel: Chalmersgodkänd miniräknare

Gräns för godkänt, 11.0p

1. Låt $z = -\dfrac{1+4j}{5+3j}$.

   (a) Förenkla z. (b) Beräkna $|z|$. (c) Bestäm $\operatorname{Im} z$. (d) Bestäm $\arg z$. 2.0p

2. Givet matrisen $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}$.

   (a) Beräkna $\det \boldsymbol{A}$. (b) Lös matrisekvationen $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} 7 \\ -1 \\ 9 \end{bmatrix}$. 1.0p+1.5p

   (c) Bestäm talet p, så att

   $$\boldsymbol{B} = \frac{1}{p} \begin{bmatrix} -p & 4 & p \\ 3 & -3 & -p \\ -p & p & p \end{bmatrix}$$

   är inversmatris till matrisen $\boldsymbol{A}$. 1.5p

3. Givet matrisekvationen $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, där $\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ och $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.

   (a) Visa att matrisekvationen saknar lösning $\boldsymbol{x}$. 0.5p

   (b) Lös matrisekvationen med MK-metoden. 2.5p

   (c) Beräkna medelfelet. 1.0p

   (d) Visa att matrisen

   $$\boldsymbol{A}_L^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

   är vänsterinvers till $\boldsymbol{A}$ och lös matrisekvationen m.h.a. $\boldsymbol{A}_L^{-1}$. Är lösningen falsk? 1.0p

4. Givet punkterna $P = (1;1;0)$, $Q = (2;3;1)$ och $R = (4;4;3)$.

   (a) Beräkna arean av triangeln T med hörn i P, Q och R. 2.0p

   (b) Bestäm en ekvation för planet Π, som innehåller punkterna P, Q och R. 2.0p

5. Givet planet Π med ekvationen $x - z = 1$ och linjen L med ekvationen $\begin{cases} x &= 2t-1 \\ y &= t \\ z &= 1-t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

   (a) Bestäm skärningspunkten mellan L och planet Π. 2.0p

   (b) Bestäm vinkeln mellan linjen L och planet Π. 2.0p

6. Givet punkterna $P_1 = (1;2)$, $P_2 = (5;-1)$ och $P_3 = (4;6)$.

   (a) Visa att sträckorna P_1P_2 och P_1P_3 är lika långa och vinkelräta. 2.0p

   (b) Punkterna utgör hörnen i en kvadrat (enligt a)). Bestäm koordinaterna för det fjärde hörnet i kvadraten. 2.0p

7. Polynomet $f(z) = 3z^3 + 11z^2 + 11z - 5$ har nollstället $z_1 = a + j$, där a är ett heltal.

   (a) Lös ekvationen $f(z) = 0$. 3.0p

   (b) Faktorisera $f(z)$ i reella polynom av så låg grad som möjligt. 1.0p