

MATEMATIK

Hjälpmedel: Inga

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Tentamen 2015-01-17 kl. 14:00–18:00

Telefonvakt: Samuel Bengmark ankn.: 0723-876441

Betygsgränser 3:a 20 poäng, 4:a 30 poäng, 5:a 40 poäng, max: 50 poäng

Tentamensgranskning kommer att ske 27 januari klockan 15.15 i sal  $\Omega$ .

|                                   |
|-----------------------------------|
| <b>Matematisk analys — LMA400</b> |
|-----------------------------------|

---

**OBS:** Tänk på att det huvudsakligen är beräkningar och motiveringar som ger poäng!

---

### Teori

1. Bevisa Fermats sats, det vill säga att om funktionen  $f$  har ett lokalt maximum eller lokalt minimum i  $c$  och om  $f'(c)$  existerar, så är  $f'(c) = 0$ . 6 p
2. Formulera och bevisa formeln för partiell integration. 6 p

### Problem

3. Beräkna följande gränsvärden

- (a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{12x^2 + 7x + 1}{3 - x + 4x^2}$  2 p
- (b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - \sqrt{x + 2}}$  2 p
- (c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{\tan(2x) + \cos(x) - 1}$  2 p

4. Beräkna följande integraler

- (a)  $\int \frac{1}{x^2 + x - 6} dx$  3 p
- (b)  $\int_0^\infty x^5 e^{-x^3} dx$  3 p

5. Lös differentialekvationerna

- (a)  $2x^2 y' + xy = 2$  3 p
- (b)  $y'' + y' - 6y = 0$ , där  $y(0) = 6$  och  $y'(0) = 7$ . 3 p

Var vänlig vänd!

6. Låt  $f(x) = x^{\frac{2}{3}} \cdot \ln(x)$  för  $x > 0$ .

(a) Finn intervall där funktionen är växande/avtagande samt eventuella lokala max- och min-punkter. 3 p

(b) Finn intervall där funktionen är konkav/konvex och ange eventuella inflektionspunkter.

3 p

7. Finn volymen av den största cylinder som kan rymmas i en sfär med radie  $R$ .

7 p

8. En cirkelskiva med centrum i  $(R, 0)$  och med radien  $r$ , där  $R > r > 0$ , roteras ett varv kring  $y$ -axeln och genererar på så sätt en så kallad torus. Beräkna volymen av denna rotationskropp.

7 p

Lycka till önskar Samuel och Torbjörn