

LMA400 Matematisk Analys

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på tentamens första del (godkäntdelen). Bonuspoäng från inlämningsuppgifter 2015 räknas med. För betyg 4 resp. 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på del 2.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida. Resultat meddelas via Ladok ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Del 1: Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (16p)

2. (a) Formulera analysens huvudsats del 1. (2p)
(b) Låt $f(x) = \int_0^x e^{t^2} dt$. Beräkna $f(0)$ och $f'(0)$. (2p)

3. Betrakta kurvorna $y = x^2$ och $y = 4x - 3$.
 - (a) I vilka punkter skär kurvorna varandra? (1p)
 - (b) Beräkna arean av det begränsade område som skärs ut av kurvorna. (2p)
 - (c) Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området i föregående uppgift roterar kring y -axeln. (2p)

4. Låt $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$.
 - (a) Ange definitionsområde, eventuella asymptoter, lokala extrempunkter och stationära punkter. (4p)
 - (b) På vilka intervall är $f(x)$ konvex respektive konkav? (2p)
 - (c) Skissa grafen för $f(x)$. (2p)

5. Lös differentialekvationen $x^2y' + 3y' + xy + 2x = 0$ om $y(1) = 1$. (5p)

VÄND!

Del 2: Överbetygsdelen

I allmänhet kan inte poäng på dessa uppgifter räknas in för att nå godkäntgränsen.

6. Avgör om följande påståenden är sanna eller falska, samt motivera ditt svar.
(Rätt svar utan motivering ger inga poäng.)

(a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \sqrt{\frac{i}{n}} \frac{1}{n} = \frac{2}{3}.$ (2p)

(b) Funktionen $f(x) = \arctan x + \arctan \frac{1}{x}$, $x \neq 0$, antar bara två värden. (2p)

7. Beräkna $\int \frac{1}{\cos x + \sin 2x} dx.$ (4p)

8. Låt $f(x) = x^3 + 3x$. Beräkna $\int_0^4 f^{-1}(x) dx.$ (4p)

Lycka till!
Jonny

Anonym kod	LMA400 Matematisk Analys 160404	sid.nummer 1	Poäng
------------	--	------------------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Beräkna $\int \arctan(x) dx$. (3p)

Svar:

(b) Beräkna den generaliserade integralen $\int_0^1 \frac{1}{x^2-2x+1} dx$. (3p)

Svar:

(c) Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(1 + \ln x)}{\ln x^2}$. (3p)

Svar:

(d) Beräkna den obestämda integralen $\int \frac{x+1}{x^2-4} dx$.

(3p)

Svar:

(e) Hur långt är det kortaste avståndet mellan kurvan $y = x^2$ och punkten $(0, 1)$?

(4p)

Svar: