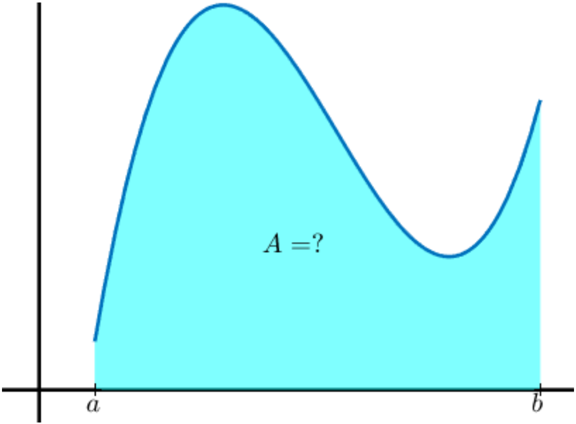
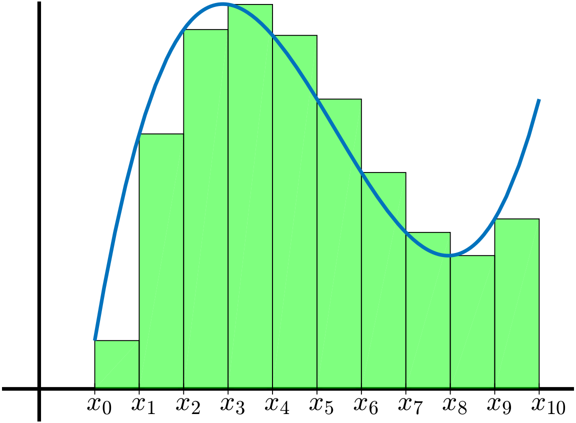
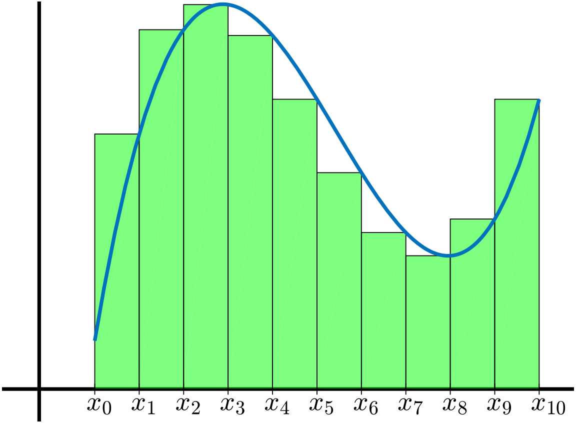


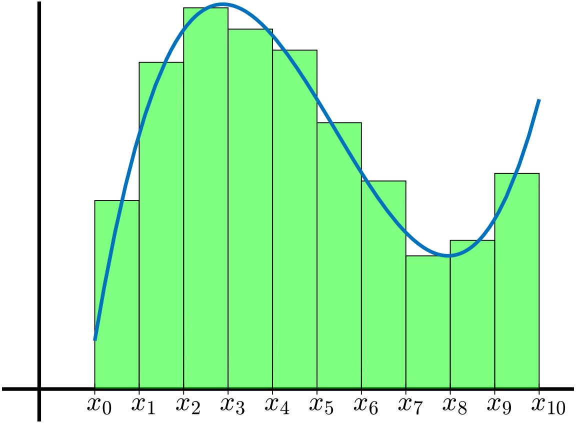
- Grafen till en funktion $f(x) \geq 0$, $x \in [a, b]$.
- Hur kan vi beräkna arean A mellan grafen och x-axeln?
- Idé: Approximera med rektanglar.



- *Likformig partition*: $a = x_0 < x_1 < \ldots < x_n = b$, $x_{i+1} - x_i = \frac{b-a}{n} =: h$.
- På varje intervall $[x_i, x_{i+1}]$: approximera med en rektangel med bas h och höjd $f(x_i)$.
- *Vänster Riemannsumma*: $A \approx L_n := \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i)h$.

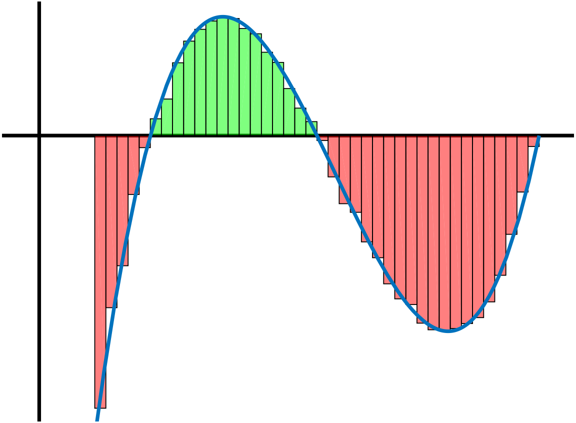


- Ta i stället höjd $f(x_{i+1})$ för rektangeln på intervall $[x_i,\ x_{i+1}]$.
- *Höger Riemannsumma*: $A \approx R_n := \sum_{i=1}^{n} f(x_i)h$.



- Mer allmänt, ta $f(x_i^*)$ för godtycklig *samplingspunkt* $x_i^* \in [x_i,\ x_{i+1}]$ som höjd för rektangeln på det intervallet.
- *Generell Riemannsumma*: $A \approx S_n := \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i^*)h$.

- Finare partition ger bättre approximation.
- Arean $A := \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \sum_{i=0}^{n-1} f(x_i^*)h.$



- Vi behöver i princip inte anta $f(x) \geq 0$.
- Vi får då
  $S_n =$ area av gröna rektanglar – area av röda rektanglar, och
  $A =$ area där f är positiv – area där f är negativ.