

# LMA400 – Matematisk analys

Tentamen: 2018-01-12, 14.00–18.00

Telefonvakt: John Bondestam Malmberg, 0738446604

Hjälpmedel: Inga

Betygsgränser: 20 poäng – 3, 30 poäng – 4, 40 poäng – 5, 50 poäng totalt

**Observera:** Beräkningar och motiveringar ska redovisas. Endast svar ger ingen poäng om inte annat anges.

## TEORI

1. Visa att en deriverbar funktion är kontinuerlig. (6p)

2. Visa att  $\frac{d}{dx} \arctan(x) = \frac{1}{1+x^2}$ . (4p)

## RÄKNING

3. Beräkna gränsvärdena

(a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 + 8x + 6}$ , (2p)

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin(x)}{x}$ , (3p)

(c)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(x - \frac{\pi}{2})^2}{\cos(x)}$ . (2p)

4. Beräkna integralerna

(a)  $\int_0^{\infty} xe^{-x} dx$ , (3p)

(b)  $\int \frac{1}{\sin(x)} dx$ . (4p)

5. Lös

(a) begynnelsevärdesproblemet  $y'(t) + 2ty(t) = t$ ,  $y(0) = 1$ , (3p)

(b) differentialekvationen  $y'(x) = xe^{-y(x)}$ , (2p)

(c) randvärdesproblemet  $y''(x) - y(x) = x$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y(1) = 0$ . (3p)

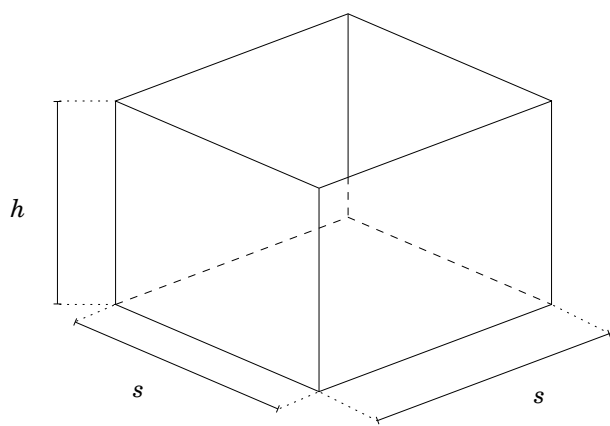
Var god vänd!

6. Beräkna volymen av den kropp som genereras då det ändliga området inneslutet mellan kurvorna  $y = x$  och  $y = x^2$  roteras kring  $x$ -axeln. (5p)

PROBLEMLÖSNING

7. En patient får en dos innehållande 50 milligram av ett läkemedel. Efter ett dygn mäts halten av läkemedlet i patientens blod, och man finner att 10 milligram återstår. Uppskatta mängden läkemedel som återstår efter ännu ett dygn, antaget att läkemedlets halt avtar exponentiellt i patientens kropp. (6p)

8. Pappkartonger med kvadratisk basyta, utan lock, som var och en rymmer 32 liter ska tillverkas (se figur). Hur många fullständiga sådana kartonger kan man som mest tillverka av 200 kvadratdecimeter papp? (7p)



Lycka till! //John