

MATEMATIK
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
LMA400 – Matematisk analys

Tentamen: 2019-04-24, 14.00–18.00

Telefonvakt: Fredrik Ohlsson, 031-772 5305

Hjälpmedel: Inga

Betygsgränser: 20 poäng – 3, 30 poäng – 4, 40 poäng – 5, 50 poäng totalt

Observera: Beräkningar och motiveringar ska redovisas.

Endast svar ger ingen poäng om inte annat anges.

TEORI

1. Visa att om f är deriverbar på (a, b) och $f'(x) = 0$ för alla $x \in (a, b)$, så är f konstant på (a, b) . (5p)

2. Visa att om f och g är deriverbara i x gäller att $(fg)'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$. (5p)

RÄKNING

3. Beräkna gränsvärdena

(a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{e^{2x} + 1} - e^x)$, (2p)

(b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(\sin(x))}{\ln(x)}$. (2p)

4. Beräkna, eller förklara varför man inte kan beräkna, integralerna

(a) $\int \frac{x + 7}{x^2 - 5x + 6} dx$, (3p)

(b) $\int \sin(x) \cos(x) e^{\cos(x)} dx$, (3p)

(c) $\int_{-1}^1 \frac{1}{x^2} dx$. (3p)

5. Lös differentialekvationerna

(a) $y' = xe^{x^2-y}$, $y(0) = 0$, (3p)

(b) $y'' - y = x^2 + 1$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$, (3p)

(c) $y' + 2xy = x$, $y(0) = 0$. (3p)

Var god vänd!

PROBLEMLÖSNING

6. Beräkna lutningen hos följande kurvor i de angivna punkterna:

(a) $y = \sin\left(\frac{\pi}{\ln(x)}\right)$ i $x = e$, (2p)

(b) $x^2e^y + \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) = xy$ i $(x, y) = (-1, 0)$. (2p)

7. Olikheten $\sqrt{|x|} + \sqrt{|y|} \leq 1$ definierar ett område i xy -planet. Beräkna volymen av den kropp som sveps ut då detta område roteras kring x -axeln. (7p)

8. Ett flygplan som färdas med hastighet v relativt den omgivande luften förbrukar energin av^3 per tidsenhet, där $a > 0$ är en konstant. Teckna uttrycket för den energi som förbrukas när planet färdas en sträcka L i rak motvind med konstant vindhastighet u , och bestäm den minsta möjliga energiförbrukningen för förflyttningen. (Tips: Flygplanets hastighet i förhållande till marken är alltså $v - u$). (7p)

Lycka till!
Fredrik & Christian