

# LMA400 – Matematisk analys

Tentamen: 2018-08-30, 8.30–12.30

Telefonvakt: Samuel Bengmark, 031-772 5302

Hjälpmedel: Inga

Betygsgränser: 20 poäng – 3, 30 poäng – 4, 40 poäng – 5, 50 poäng totalt

**Observera:** Beräkningar och motiveringar ska redovisas. Endast svar ger ingen poäng om inte annat anges.

## TEORI

1. Visa att  $\frac{d}{dx}x^p = px^{p-1}$  för alla reella  $p$ . (5p)

2. Visa formeln för partiell integration:

$$\int f(x)g(x)dx = f(x)G(x) - \int f'(x)G(x)dx$$

om  $f$  är deriverbar och  $g$  är integrerbar med primitiv funktion  $G$ . (5p)

## RÄKNING

3. Beräkna gränsvärdena

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ , (3p)

(b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(x)}{x}$ . (2p)

4. Beräkna integralerna

(a)  $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x^2 - x) \cos(x^3) dx$ , (3p)

(b)  $\int_1^2 x \ln(x) dx$ , (3p)

(c)  $\int \frac{\tan(\arcsin(x))}{\sqrt{1-x^2}} dx$ . (3p)

5. Lös

(a) begynnelsevärdesproblemet  $\frac{y(t)y'(t)}{1+t^2} = 1$ ,  $y(0) = 2$ , (3p)

(b) begynnelsevärdesproblemet  $(xy'(x))' = \ln(x)$ ,  $x > 1$ ,  $y(1) = y'(1) = 0$ , (tips: det kan vara bra att komma ihåg att  $\int \ln(x) dx = x \ln(x) - x + C$ ) (4p)

(c) differentialekvationen  $y''(x) - 2y'(x) + y(x) = 2 \sin(x)$ . (3p)

Var god vänd!

## PROBLEMLÖSNING

6. Beräkna volymen av den kropp som genereras då det ändliga område som innesluts av linjerna  $y = 6 - x$ ,  $y = x - 2$  och  $y = 1$  roteras kring x-axeln. (8p)
7. Vilken är den största area som en rektangel med sidor parallella med  $x$ - respektive  $y$ -axlarna, ett hörn i origo och diagonalt motstående hörn på grafen till  $f(x) = 1/(1 + x^2)$  kan ha? (3p)
8. Visa att ekvationen  $\cos(x)e^x + x - 2 = 0$  har en lösning  $x \in [0, 1]$  och använd linjär approximation för att uppskatta var i intervallet lösningen finns. (5p)

Lycka till! //John