

LMA515 Matematik del B

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.

För godkänt på tentan krävs 23 poäng på godkäntdelen. Bonuspoäng från duggor 2016 räknas med. För godkänt på kursen skall också Matlabmomentet vara godkänt.

För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på överbetygsdelen.

Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (16p)

2. Funktionen $f(x) = \frac{2x^3}{x^2 - 1}$ är given. Konstruera grafen till f . Ange lokala max/min samt asymptoter. (5p)

3. Beräkna $\int_0^{\infty} (x^2 + 1)e^{-2x} dx$ (3p)

4. (a) Bestäm $f(x)$ så att följande villkor är uppfyllda. (4p)

$$f'(x) = \frac{6 - e^{-2x}}{e^{3x}} - 4e^{-5x} \quad \text{och} \quad f(0) = 7$$

- (b) Bestäm lokala max/min till f .

5. Bestäm volym av kropparna som bildas när området som begränsas av $y = \frac{x}{1+x}$, $x = 0$ och $y = 1/2$ roterar kring x - resp y -axeln. (6p)

6. Bestäm funktionen f så att följande villkor är uppfyllda. (4p)

$$\frac{f'(x)}{x} = x(f(x) + 2), \quad f(0) = 1.$$

Var god vänd!

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkäntgränsen. Uppgifterna rättas endast om godkäntgränsen uppnås.

7. Beräkna (4p)

i. $\int \frac{\cos 2x}{1 + \tan x} dx.$

ii. $\int \frac{1 - x^{-2}}{2 + x^2 + x^{-2}} dx.$

8. Området under linjen $y = 1 - 2x$ i första kvadranten delas av två linjer $y = kx$ resp $y = 2kx$ där $k > 0$. Bestäm k så att arean av triangeln med hörn i origo samt i linjernas skärningspunkter blir maximal. (4p)

9. En deriverbar funktion har följande egenskap: För varje $x > 0$ gäller att arean under grafen mellan 0 och x är lika stor som arean av rektangeln vars höjd är y -koordinaten för skärningspunkten mellan y -axeln och grafens tangent i punkten x , och som har bredden x . Bestäm funktionen om $y(1) = 1$ och $y'(1) = 2$. (Om grafen eller rektangeln hamnar under y -axeln räknar vi arean med tecken.) (4p)

Anonym kod	LMA515 Matematik del B 170818	Sidnr 1	Poäng
------------	-------------------------------	------------	-------

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

- (a) Bestäm $0 < a < 1$ så att arean under grafen $f(x) = \sqrt{x}$ mellan $x = 0$ och $x = a$ är lika så stor som arean mellan $x = a$ och $x = 1$. (4p)

Lösning:

Svar:

- (b) Bestäm inflexionspunkter till funktionen $f(x) = x^3 - \frac{3}{x}$. Ange intervall där funktionen är uppåt resp nedåt konkav. (dvs konvex/konkav) (3p)

Lösning:

Svar:

- (c) Ange den primitiva funktion till $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}} - 3x^{-4}$ som uppfyller $F(1) = 5$. (3p)

Lösning:

Svar:

Var god vänd!

(d) Beräkna $\int_0^{\pi/2} \sin^2(x) \cos^3(x) dx$.

(3p)

Lösning:

Svar:

(e) Lös differentialekvationen $y'' - 25y = 5 + e^{4x}$.

(3p)

Lösning:

Svar: