MATEMATIK — **Hjälpmedel: inga**
Chalmers tekniska högskola — Datum: 170112 kl. 08.30–12.30
Tentamen — Rond och tel: 5325

LMA515 Matematik del B

Tentan rättas och bedöms anonymt. **Skriv tentamenskoden tydligt på placeringlista och samtliga inlämnade papper.** Fyll i omslaget ordentligt.
För godkänt på tentan krävs 23 poäng på godkäntdelen. Bonuspoäng från duggor 2016 räknas med. För godkänt på kursen skall också Matlabmomentet vara godkänt.
För betyg 4 eller 5 krävs dessutom 33 resp. 43 poäng sammanlagt på tentamens två delar, varav minst 4 resp. 6 poäng på överbetygsdelen.

Godkäntdelen

1. Denna uppgift finns på separat blad på vilket lösningar och svar skall skrivas. Detta blad inlämnas tillsammans med övriga lösningar. (16p)

2. Funktionen $f(x) = 1 - 2x + \dfrac{x}{2+x}$ är given. Konstruera grafen till f. Ange lokala max/min samt asymptoter. (5p)

3. Beräkna $\displaystyle\int_0^\infty \frac{dx}{1+2e^x}$ (3p)

4. Bestäm minimalt värde på a så att funktionen $f(x) = \dfrac{x^2}{2x-1}$ har invers i intervallet $x \geq a$ och ange inversen. (4p)

5. Beräkna volym av kropparna som bildas när området som begränsas av $y = x\sqrt{4-3x},\ y = 0,\ x = 0,$ och $x = 1$ roterar kring x- resp y-axeln. (6p)

6. Bestäm funktionen f så att följande villkor är uppfyllda. (4p)

$$xf'(x) = 2f(x) + x - 1, \qquad f(1) = 2.$$

Var god vänd!

Överbetygsdelen

Poäng på dessa uppgifter kan inte räknas in för att nå godkäntgränsen. Uppgifterna rättas endast om godkäntgränsen uppnås.

7. Beräkna (4p)

i. $\int \dfrac{\sin^2 x}{1+\tan^2 x}\, dx.$

ii. $\int \dfrac{x^2}{x^3+x^{-3}}\, dx.$

8. Bestäm dimensionerna för en förpackning i form av en pyramid med given volym, V, så att höljets area (inklusive den kvadratiska bottenarean) blir minimal. (4p)

9. Under vissa omständigheter kan man man anta att luftmotståndet som påverkar ett fallande föremål är proportionellt mot kvadraten på föremålets hastighet, så att hastigheten uppfyller följande differentialekvation: (4p)

$$v' = g - kv^2,$$

där $g = 9.8$ och $k > 0$. Bestäm föremålets hastighet vid tiden t om $v(0) = 0$.

Lycka till!

Anonym kod	LMA515 Matematik del B 170112	Sidnr 1	Poäng

1. Till nedanstående uppgifter skall korta lösningar redovisas, samt svar anges, på anvisad plats (endast lösningar och svar på detta blad, och på anvisad plats, beaktas).

(a) Bestäm $a > 0$ så att arean under grafen $f(x) = 1/(1+x)^2$ mellan $x = 0$ och $x = a$ är dubbelt så stor som arean mellan $x = a$ och $x = 2a$. (4p)

Lösning:

Svar: ....

(b) Bestäm inflexionspunkter till funktionen $f(x) = x^2 - \frac{8}{x}$. Ange intervall där funktionen är uppåt resp nedåt konkav. (dvs konvex/konkav) (3p)

Lösning:

Svar: ....

(c) Ange den primitiva funktion till $f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ som uppfyller $F(1) = 2$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

Var god vänd!

(d) Beräkna $\int \sin(2x)(1+\cos(x))\,dx$. (3p)

Lösning:

Svar: ....

(e) Lös differentialekvationen $y'' + 4y' - 12y = 3 + e^{-2x}$. (3p)

Lösning:

Svar: ....