

Inledande matematik för I1
mve010
lp 1 ht 2008

Extra övningar om kurvkonstruktion och besläktade uppgifter

1. Konstruera kurvan $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$
2. Hur många reella rötter har ekvationen $x^3 - Ax + 1 = 0$ för olika värden på konstanten A ?
3. Konstruera kurvan $y = \ln(3x^2 - 2x^3)$
4. Beräkna maximala arean av en rektangel som har två hörn på kurvan $y = e^{-x^2}$ och två hörn på x -axeln.
5. Konstruera kurvan $y = \left(2 - \frac{1}{x}\right)e^{-x}$
6. Visa att $\ln(1+x) > \frac{2x}{2+x}$ för alla positiva x .
7. Visa att $\arctan x > x - \frac{x^3}{3}$ för alla positiva x .
8. Bestäm antalet rötter till ekvationen $\frac{1}{x} + 2\ln(x+1) = A$ för varje värde på konstanten A .
9. Konstruera kurvan $y = \arctan x + \ln \frac{x+1}{x}$
10. Konstruera kurvan $y = e^{-\frac{1}{1+x}}$
11. Bestäm största och minsta värde till funktionen $f(x) = \frac{x}{x^2 + x + 1}$, $-2 \leq x \leq 0$
12. Bestäm största och minsta värde till funktionen $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 8}$, $-3 \leq x \leq 0$

13. Belysningen på ett objekt från en ljuskälla är direkt proportionell mot källans styrka och omvänt proportionell mot kvadraten på avståndet mellan källan och objektet. Om två ljuskällor, den ena tre gånger så stark som den andra, ställs med 10 meters mellanrum, var på en linje mellan källorna skall ett objekt placeras så att det blir så lite belyst som möjligt?

14. Bestäm största och minsta värde till funktionen $f(x) = \frac{1}{1+|x|} + \frac{1}{1+|x-2|}$

och några andra som råkade komma med

15. Visa att $\cos\left(\arctan\left(\sin\left(\frac{\pi}{2} - \arctan x\right)\right)\right) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+2}}$

16. Visa att $f(x) = \ln x + \arctan x$ är inverterbar och kalla inversen g .

Bestäm $g\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Vad blir inversens värdemängd?

17. För vilka värden på konstanten a är $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x = e$?

18. Visa med hjälp av medelvärdessatsen att $0 < a < b \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{\ln b - \ln a}{b-a} < \frac{1}{a}$