
Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.
Bonuspoäng från duggor hösten 2009 räknas in.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida.
Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Till denna uppgift skall **endast svar lämnas in**, alltså utan motiveringar.

- Bestäm alla reella tal x sådana att $\frac{x^2 + 2x + 2}{2 - x} \geq 0$
- Ge ett exempel på en begränsad funktion definierad på $[0,1]$ som saknar största värde.
- Bestäm alla reella tal x sådana att $2\sin x \cos x = 1 - 2\sin^2 x$
- Beräkna följande gränsvärden:
i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^{2x} - e^x)}{x}$ ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{\tan^3 2x}$
- Bestäm alla reella tal h och k sådana att ekvationssystemet $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 3 & h \end{pmatrix} \begin{vmatrix} 2 \\ k \end{vmatrix}$ har en entydig lösning.
- Bestäm en ekvation för tangenten i punkten $(x,y) = (1,1)$ till den kurva som ges av $\sqrt{x} + y + \sqrt{y} = 3$

Till uppgifterna 2-5 skall fullständiga lösningar lämnas in.

- 2.
- Bestäm konstanten a så att planen $x - y + 2z = 3$ och $ax + y + z = 0$ bildar rät vinkel.
 - Bestäm för de vinkelräta planen i a) en ekvation för skärningslinjen.
 - Bestäm en ekvation för det plan som innehåller skärningslinjen i b) samt punkten $(1,1,1)$
3. Ange det minsta reella tal M sådant att $e^{-2t} - e^{-4t} \leq Me^{-t}$, $\forall t \geq 0$.

VÄND!

4. Rita grafen till $f(x) = \arctan x + \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$.

Bestäm speciellt lokala max och min, samt asymptoter. Konvexitet/konkavitet behöver inte utredas.

5. Visa att funktionen $f(x) = \arcsin \frac{2x-1}{x-2}$ är inverterbar och bestäm inversens värdemängd.

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivering krävs ej. Rätt svar ger 1 poäng, fel svar -1 poäng. Dock är 0 minsta poäng totalt.

a) Det komplexa talet $2 - 3i$ har realdel 2 och imaginärdel $3i$

b) Funktionen $f(x) = \frac{\ln(x-1) - x}{x^2}$ är kontinuerlig.

c) Låt $f(x) = x^{\sqrt{x}}$. Då är $f'(1) = \frac{1}{2}$

d) Ekvationerna $x^{101} + x^{51} + x - 1 = 0$ och $x^{99} + x^{49} + x - 3 = 0$ har lika många rötter.

e) Det existerar en deriverbar funktion f sådan att $f(0) = 1$, $f(2) = -1$ och $f'(x) > 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$

f) $\cos 2x = \cos^4 x - \sin^4 x \quad \forall x \in \mathbb{R}$

7. a) Definiera derivatan av en funktion f i en punkt x .

b) Visa med hjälp av derivatans definition antingen att $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$

eller att $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$. Gränsvärdet $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ får användas.

c) Visa att deriverbarhet medför kontinuitet.