

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.
Bonuspoäng från duggor hösten 2009 räknas in.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida.
Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Till denna uppgift skall **endast svar lämnas in**, alltså utan motiveringar.

a) Skriv $(2i - 2)^6$ på formen $a + ib$ (2p)

b) Bestäm $(f^{-1})'(12)$ om $f(x) = x^5 + 3x^3 + 8$ (2p)

c) Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} 2x - y + z = 3 \\ x + y + z = 0 \\ 2x - 3y + z = -1 \end{cases}$$
 (2p)

d) Bestäm alla värden på t , $0 \leq t \leq 2\pi$, sådana att $\sin 2t = \sin t$ (2p)

e) Beräkna följande gränsvärden:

i. $\lim_{x \downarrow 0} (\sin x) \cdot (\ln x)$ ii. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4^x + x^9}{9^x + x^4}$ iii. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x \left(1 + \frac{2}{x}\right)^x}{3x + 1}$
(3p)

f) Bestäm värdemängden till funktionen

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 8x + 6 \ln x & \text{om } 0 < x \leq 2 \\ 3 - e^{\frac{x}{4}} & \text{om } 2 < x < 4 \end{cases} \quad (3p)$$

Till uppgifterna 2 – 5 skall fullständiga lösningar lämnas in. 6 poäng per uppgift

2. a) Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna $(1,0,0)$, $(0,2,0)$ och $(0,0,6)$.

b) Bestäm skärningen mellan planet i a) och linjen
$$\begin{cases} x = t \\ y = -2t + 2 \\ z = t - 2 \end{cases}$$

c) Bestäm vinkeln mellan planet och linjen.

VÄND!

3. Konstruera kurvan $y = \frac{x}{3x+4}e^{-x}$.
Ange lokala extrempunkter och asymptoter.
Konvexitet/konkavitet behöver inte utredas.
4. Två kuber, inte nödvändigtvis lika stora, rymmer sammanlagt 2 liter.
Hur stor respektive hur liten kan kubernas sammanlagda begränsningsarea vara?
5. Bestäm alla värden på konstanten a som gör att $f(x) = x^3 + ax + 12 \arctan x$ blir inverterbar.
6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Någon motivering krävs ej. Rätt svar ger 1 poäng, inget svar 0 poäng och fel svar -1 poäng. Dock är 0 minsta poäng totalt.
- a) Om $f(x)$ och $g(x)$ är avtagande funktioner är $f(g(x))$ växande.
 - b) Ekvationen $\ln x = e^{-x}$ har exakt en lösning.
 - c) Om $\vec{n} = (1, -1, 2)$ är en normalvektor till ett visst plan, måste $-\vec{n} = (-1, 1, -2)$ vara en normalvektor till samma plan.
 - d) Om punkten $p_0 = (1, -1, 2)$ ligger i ett visst plan, måste punkten $-p_0 = (-1, 1, -2)$ ligga i samma plan.
 - e) Om $f(x)$ antar sitt största värde i $x = 5$ antar $g(x) = e^{2f(x)}$ sitt största värde i $x = \ln \frac{5}{2}$.
 - f) $\arcsin(2t) = 2 \arcsin t \cdot \arccos t$ om $-\frac{1}{2} \leq t \leq \frac{1}{2}$
7. a) Formulera medelvärdessatsen (2p)
- b) Låt $f(x)$ vara deriverbar i intervallet $0 \leq x \leq 2$.
Man vet att $f(0) = f(2) = 0$ och att det finns ett tal c , $0 < c < 2$ med $f(c) = 1$.
Visa att det finns ett tal s , $0 \leq s \leq 2$, sådant att $|f'(s)| \geq 1$ (4p)