

Ind matte I 1, MVE011

16 jan 2010

Svar / lösningar

①

a)  $x < 2$

b)  $f(x) = x$

c)  $x = \frac{\pi}{8} + \frac{n\pi}{2}$

d) i) 2    ii)  $\frac{1}{8}$

e)  $h \neq 9$ , alla  $k$

f)  $x + 3y = 4$  ~~xxxxxxxxxx~~

②

a)  $(1, -1, 2) \cdot (a, 1, 1) = a + 1 = 0$  om  $a = -1$

b) 
$$\begin{cases} x - y + 2z = 3 \\ -x + y + z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = t + 1 \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$$

c) Två vektorer i planet  $(1, 1, 0)$  och  $(0, 1, 0)$

Normalvektor :  $(1, 1, 0) \times (0, 1, 0) = (0, 0, 1)$

Med  $(1, 1, 1)$  i planet blir

eller  $z = 1$

③ Låt  $f(t) = e^{-t} - e^{-3t}$

och bestäm max  $f(t)$  då  $t \geq 0$

$$f'(t) = 3e^{-3t} - e^{-t}$$

$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 3}{2}$$

Tt:

|    |   |            |            |
|----|---|------------|------------|
| x  | 0 | $\ln 3/2$  |            |
| f' |   | +          | 0 -        |
| f  |   | $\nearrow$ | $\searrow$ |

$$f(0) = 0$$

$$f(t) \rightarrow 0 \text{ om } t \rightarrow \infty$$

$$f(t) \leq f\left(\frac{\ln 3}{2}\right) = \frac{2}{3 \cdot \sqrt{3}}$$

$$M = \frac{2}{3 \cdot \sqrt{3}}$$

④

Def mængd :  $x < -1, x > 0$

$$f'(x) = \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = \frac{x-1}{x(x+1)(x^2+1)}$$

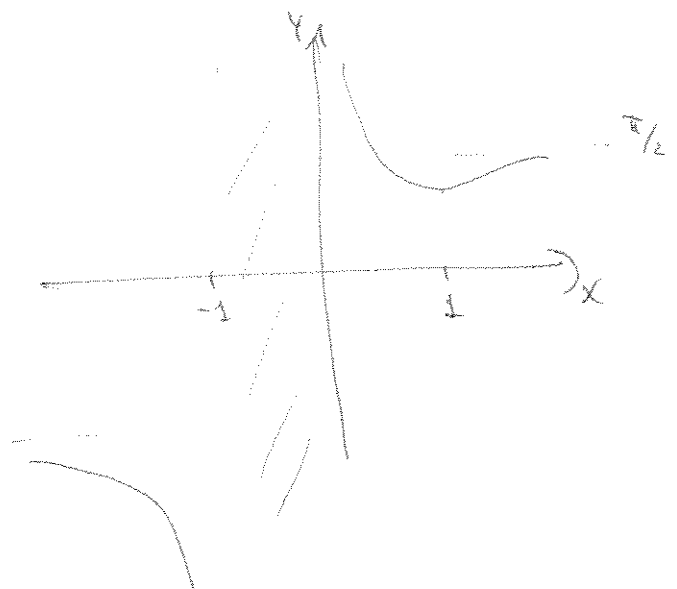
$$f(1) = \frac{\pi}{4} + \ln 2$$

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow f(x) \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$x \rightarrow -\infty \Rightarrow f(x) \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

$$x \uparrow -1 \Rightarrow f(x) \rightarrow -\infty$$

$$x \downarrow 0 \Rightarrow f(x) \rightarrow \infty$$



|    |            |            |            |
|----|------------|------------|------------|
| x  | -1         | 0          | 1          |
| f' | -          | 0          | +          |
| f  | $\searrow$ | $\nearrow$ | $\nearrow$ |

5

$f(x)$  definierad då  $-1 \leq \frac{2x-1}{x-2} \leq 1$

$$\text{VO: } \frac{2x-1}{x-2} + 1 \geq 0$$

$\Leftrightarrow$

$$x \leq 1, x > 2$$

$$\text{HO: } \frac{2x-1}{x-2} - 1 \leq 0$$

$\Leftrightarrow$

$$-1 \leq x < 2$$

$$\text{Alltså: } -1 \leq x \leq 1$$

$$\text{Vidare är } f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2x-1}{x-2}\right)^2}} \cdot \frac{-3}{(x-2)^2}$$

$f(x)$  är alltså invertierbar och inversens  
värdomängd är  $[-1, 1]$

(Man kan också bestämma inversen,

$$f^{-1}(x) = 2 + \frac{3}{\sin x - 2})$$

6

a) F

b) S

c) F

d) S

e) F

f) S