
Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.
Bonuspoäng från duggor och Matlab hösten 2008 räknas in.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida.
Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Till denna uppgift skall **endast svar lämnas in**, alltså utan motiveringar.

a) Bestäm alla x sådana att $|3x - 4| < 6$ (2p)

b) Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} 3x + y + z = 8 \\ x + 2y - z = 2 \\ x - 3y + 3z = 4 \end{cases}$$
 (2p)

c) Bestäm alla asymptoter till kurvan $y = \arctan \frac{1}{x}$ (2p)

d) Bestäm alla x sådana att $\sin 2x + \cos x = 0$ (2p)

e) Beräkna följande gränsvärden:

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{3x^2}$ ii. $\lim_{x \rightarrow \infty} x \tan \frac{1}{x}$ iii. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^7 - 3x^2}{e^{\sqrt{-x}}}$ (3p)

f) Bestäm alla komplexa tal z sådana att $z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ (3p)

**Till uppgifterna 2 – 5 skall fullständiga lösningar lämnas in.
6 poäng på varje uppgift.**

2.

a) Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna $(2, 3, -1)$, $(-1, 5, 2)$ samt $(-4, -2, 2)$

b) Bestäm konstanten T så att planet $14x + Ty + 18z = 0$ blir parallellt med planet i uppgift a)

c) Beräkna avståndet mellan de bägge planen.

VÄND!

3. Rita kurvan $y = \frac{x+1}{x} e^{\frac{x}{2}}$. Ange speciellt samtliga lokala maxima och minima och asymptoter.
4. Bestäm största och minsta värde till $f(x) = \frac{x}{x^2 + x + 1}$ på intervallet $-2 \leq x \leq 0$
5. Bestäm samtliga värden på konstanten a som gör att funktionen $f(x) = (a^2 + a - 6)\cos 2x + (a - 2)x + \cos 1$ saknar lokala extremvärden.
6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Någon motivering krävs ej. Rätt svar ger 1 poäng, inget svar 0 poäng och fel svar -1 poäng. Dock är 0 minsta poäng totalt.
- a) $\sin^3 x + \cos^3 x \leq 1$ för alla x .
 - b) Funktionen $f(x) = \frac{1}{|x|} + \frac{1}{|x+2|}$ har ett minsta värde som är >0
 - c) Om $g(x) = x^4 \ln x$ är $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1} = 1$
 - d) För varje komplext z som inte är $=0$ är $\frac{z}{\bar{z}}$ ett rent reellt tal.
 - e) Om a och b är två vektorer i $\mathfrak{R}^3$ med vinkeln $\frac{\pi}{4}$ mellan sig är $|a \cdot b| = |a \times b|$
 - f) Om $f(x)$ är >0 och växande är $\frac{1}{f(x)}$ avtagande.
7. Visa olikheten $\sin x < x < \tan x$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$,
och med hjälp därav att $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (6p)