

Tentamen i Inledande matematik för I1, MVE 010
2008 – 10 – 22 kl 14.00 – 18.00
Hjälpmedel: inga
Telefonvakt: Ida Säfström
Tel 0762 – 721 860

MATEMATIK
Chalmers

Skriv namn och personnummer på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.
Bonuspoäng från duggor och Matlab hösten 2008 räknas in.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida.
Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Till denna uppgift skall **endast svar lämnas in**, alltså utan motiveringar.

a) Bestäm alla x sådana att $\sin 2x + \frac{1}{2} = 0$ (2p)

b) Ange samtliga lösningar till ekvationen $z^4 + \sqrt{2} + \sqrt{2}i = 0$ (2p)

c) Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} -x + 3y + 2z = 5 \\ x + 4y - z = 10 \\ 3x + 3y - 5z = -2 \end{cases}$$
 (2p)

d) Bestäm största och minsta värde till $f(x) = 1 - |x^2 + x - 2|$
om $-2 \leq x \leq 3$ (2p)

e) Beräkna följande gränsvärden:

i. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x^2}{\sqrt{x}}$ ii. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x})$ iii. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{3x}$ (3p)

f) För vilket värde på konstanten k har kurvan $y = x^3 + kx^2 + 3x - 4$
exakt en horisontell tangent? (3p)

Till uppgifterna 2 – 5 skall fullständiga lösningar lämnas in.

2. (6p)

- a) Bestäm en ekvation för det plan som innehåller punkterna $(-3, 1, -3)$, $(2, -1, -1)$ samt $(1, 0, 1)$.
b) Bestäm en ekvation för linjen genom punkterna $(2, -1, 1)$ och $(4, 3, 0)$
c) Bestäm linjen och planets skärningspunkt. Bestäm också skärningsvinkeln.

VÄND!

3. Konstruera kurvan $y = \frac{x^2}{x+3}$.
 Ange lokala extrempunkter och asymptoter.
 Konvexitet/konkavitet behöver inte utredas. (6p)

4. Låt $f(x) = \frac{1+e^x}{1-e^x}$.
 Bestäm inversen till $y = f(x)$.
 Bestäm också inversens definitions- och värdemängd. (6p)

5. Låt $f(x) = t^2x - \frac{x^3}{3}$.
 Låt $m(t)$ beteckna det minsta värdet för $f(x)$ då $0 \leq x \leq 1$
 Rita kurvan $y = m(t)$ då $-1 \leq t \leq 1$. (6p)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Någon motivering krävs ej. Rätt svar ger 1 poäng, inget svar 0 poäng och fel svar -1 poäng. Dock är 0 minsta poäng totalt.

a) $\tan(\arctan x) = x$ för alla reella x .

b) Om funktionen $f(x)$ är begränsad är också $f'(x)$ begränsad

c) $\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b}) = 0$ för alla vektorer $\vec{a}$ och $\vec{b}$ i $\mathbb{R}^3$

d) $e^{-i\theta} = \overline{e^{i\theta}}$ om θ är reellt.

e) Om $f(x)$ och $g(x)$ är deriverbara och $f(x)g(x) = 1$ då är $\frac{f'(x)}{f(x)} + \frac{g'(x)}{g(x)} = 0$

f) Om $f(x)$ är deriverbar för alla x måste $g(x) = |f(x)| + 1$ vara deriverbar för alla x .

7. (6p)

a) Skriv upp och bevisa formeln för avståndet mellan en punkt och ett plan.

b) Visa att avståndet mellan de parallella planen $ax + by + cz + d_1 = 0$

och $ax + by + cz + d_2 = 0$ är $D = \frac{|d_1 - d_2|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$