
Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.
Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5.
Bonuspoäng från duggor hösten 2010 räknas in.
Lösningar läggs ut på kursens hemsida.
Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

1. Till denna uppgift skall endast svar lämnas in, alltså utan motiveringar.

a. För vilka reella tal är $\frac{x^3 - 3x^2}{x - 2} < 0$? (2p)

b. Lös ekvationssystemet
$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + y + 3z = 2 \\ 2x + 3y + 5z = 3 \end{cases}$$
 (2p)

c. Bestäm *en* av lösningarna till ekvationen $z^4 - 2z^2 + 2 = 0$
(det går bra att svara i polär form). (2p)

d. En partikel rör sig moturs längs enhetscirkeln (längdenhet meter)
med den konstanta farten 2m/s. Hur snabbt ökar partikelns
avstånd från punkten (1,0) i det ögonblick då den passerar
genom punkten $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$? (3p)

e. $f(x) = e^{x^2}$ är inverterbar då $x > 0$. Bestäm $(f^{-1})'(e^4)$ (2p)

f. Beräkna följande gränsvärden:

i $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ ii $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-\ln x}$ iii $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x)}{x-1}$ (3p)

Till uppgifterna 2-5 skall fullständiga lösningar lämnas in. 6 poäng per uppgift

2. Låt $A = (1,1,1)$, $B = (2,3,1)$, $C = (3,1,2)$, $D = (-1,2,1)$, $E = (0,1,2)$

- a. Bestäm ekvationen för planet P genom punkterna A , B och C .
- b. Bestäm skärningspunkten mellan P och linjen genom punkterna D och E .
- c. Beräkna avståndet mellan D och P .

3. Skissera grafen till funktionen $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$

Ange asymptoter och lokala extrempunkter. Konvexitet/konkavitet behöver inte utredas.

4. En triangel ABC har ett hörn i punkten $A = (0, 1)$. B är en punkt på y -axeln mellan A och origo, C är en punkt på kurvan $y = x^2$ sådan att kurvans normal genom denna punkt går genom B . Vad är den maximala arean för en sådan triangel?

5. Definiera $v(L) = K \sqrt{\frac{L}{C} + \frac{C}{L}}$ där K och C är positiva konstanter. Bestäm minsta värde av $v(L)$ då $L > 0$.

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna eller falska. Motivering krävs ej. Rätt svar ger 1 poäng, inget svar 0 poäng och fel svar -1 poäng. Dock är 0 minsta möjliga poäng totalt.

- a. För alla vinklar $v \in \mathfrak{R}$ gäller $\sin v \cos v \leq \frac{1}{2}$.
- b. Varje deriverbar funktion är kontinuerlig.
- c. Om $f(x)$ är både begränsad och deriverbar är också $f'(x)$ begränsad.
- d. Om $f'(x) > 1$ för alla $x \in \mathfrak{R}$ så är $f(x)$ inverterbar och $(f^{-1})'(x) < 1$ för alla $x \in \mathfrak{R}$
- e. Ekvationen $\cos x = 0$ har exakt två lösningar då $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$
- f. För alla vektorer $a, b, c \in \mathfrak{R}^3$ gäller att $(a \times b) \cdot c = (b \times a) \cdot c$

7.

- a. Visa att $\sin x < x < \tan x$ för alla x med $0 < x < \frac{\pi}{2}$. (3p)

- b. Visa att $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ (3p)