

Översikt över asymptotbestämning

- **Lodrät asymptot**

Är funktionen f odefinierad i en punkt $x = a$?

Om i så fall f går mot ∞ eller $-\infty$ då $x \rightarrow a^-$ eller då $x \rightarrow a^+$, så är linjen $x = a$ en (lodrät) asymptot till grafen $y = f(x)$.

Linjen kan vara asymptot då $y \rightarrow \infty$ eller då $y \rightarrow -\infty$ eller båda delarna!

- **Vågrät asymptot**

Har f ett gränsvärde $= A$ då $x \rightarrow \infty$ eller då $x \rightarrow -\infty$?

I så fall är linjen $y = A$ en (vågrät) asymptot till grafen $y = f(x)$.

Observera att f kan ha olika asymptoter då $x \rightarrow \infty$ och $x \rightarrow -\infty$!

- **Sned asymptot**

En linje $y = kx + m$ är asymptot till f om $f(x) - (kx + m)$ har gränsvärdet noll då $x \rightarrow \infty$ (eller $x \rightarrow -\infty$). Om då $k = 0$ är det en vågrät asymptot enligt ovan, men om $k \neq 0$ så kallar vi den en sned asymptot.

För att bestämma en sned asymptot,

1) undersök om $f(x)/x \rightarrow k$ då $x \rightarrow \infty$ (eller $x \rightarrow -\infty$)

2) undersök om i så fall $f(x) - kx \rightarrow m$ då $x \rightarrow \infty$ (eller $x \rightarrow -\infty$)

Då är $y = kx + m$ en sned asymptot till grafen $y = f(x)$.

Anm 1: Om bara 1) är uppfyllt, är det inte säkert att 2) är det! I så fall finns ingen asymptot.

Anm 2: I specialfallet rationell funktion (med täljarens gradtal en enhet större än nämnarens) kan sned asymptot bestämmas genom division: se Adams 4.6 ex 5 sid 247!

Anm 3: Observera att f kan ha högst en asymptot (horisontell eller sned) i fallet då $x \rightarrow \infty$ liksom i fallet då $x \rightarrow -\infty$, men det kan vara två helt olika asymptoter i dessa båda fall.