

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Elin Solberg

Tel 0703 – 088 304

---

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. Bonuspoäng från duggor hösten 2013 räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

---

1. Till denna uppgift skall enbart svar lämnas, alltså inga motiveringar.

- a. Lös ekvationen  $\ln(\ln x) = 1$  **(2p)**
- b. Bestäm alla reella  $x$  sådana att  $\frac{x^2+x+1}{x+1} < 0$  **(2p)**
- c. Skriv talet  $\frac{(1-\sqrt{3}i)^9(1+i)^{12}}{(2i)^{13}}$  på formen  $a + ib$  **(2p)**
- d. I vilka punkter antar funktionen  $f(x) = |\sin(\cos x)|$  sitt minsta värde? **(2p)**
- e. Bestäm talet  $a$  så att systemet  $\begin{cases} x + 2y = a + 1 \\ 2x + a^2y = 6 \end{cases}$  saknar lösning. **(2p)**
- f. Beräkna gränsvärdet  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\tan x} - \sqrt{1+\sin x}}{x^3}$  **(4p)**

**VÄND!**

Till uppgift 2 – 5 skall fullständiga lösningar lämnas. 6 poäng per uppgift.

2.

- a. Bestäm skärningspunkten mellan den räta linjen L med ekvationerna

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - 3t \end{cases} \text{ och planet P med ekvationen } x - 2y - 2z = 5$$

- b. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller den räta linjen L och som är vinkelrätt mot planet P

3. Rita grafen till funktionen  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+8x+18}}{x}$

Ange funktionens definitions och värdemängd, samt eventuella asymptoter och lokala extrempunkter.

4. En fyr står 3 km från närmaste punkten P på en rätlinjig kust. Fyrens ljus sveper runt 4 varv per minut. Beräkna den hastighet med vilken ljuskäglan passerar en punkt Q på kusten belägen 1 km från P.

5. En rätvinklig triangel i första kvadranten har sina kateter längs axlarna. Triangelns hypotenusan tangerar i någon punkt kurvan  $y = 4 - x^2$ . Bestäm den minsta area en sådan triangel kan ha.

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange "sant" eller "falskt" ger ingen poäng.

- a.  $\arcsin(\sin x) = x$  för alla reella  $x$ .
- b. För varje tal  $a > 0$  finns ett tal  $b$  sådant att  $\ln(a + b) = \ln a + \ln b$
- c. Om  $u \cdot v = 0$  och  $u \times v = 0$ , så är antingen  $u = 0$  eller  $v = 0$

7.

- a. Ange den exakta matematiska definitionen av att funktionen  $f(x)$  har gränsvärdet 8 när  $x \rightarrow 2$

- b. Visa med hjälp av definitionen att  $\lim_{x \rightarrow 2} x^3 = 8$