

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Dawan Mustafa

Tel 0703 – 088 304

---

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. Bonuspoäng från duggor hösten 2014 räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

---

1. Till denna uppgift skall endast svar lämnas, alltså inga motiveringar.

a. Skriv det komplexa talet  $(1 - i)^{20}$  på formen  $a + ib$  **(2p)**

b. Bestäm alla reella  $x$  sådana att  $|x + 2| > |x + 4|$  **(2p)**

c. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x - y + 2z = 0 \\ x + 2y - z = 3 \end{cases} \quad \textbf{(2p)}$$

d. Bestäm  $\arccos\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$  **(2p)**

e. Bestäm alla  $v$  sådana att  $2 \sin^2 v + \sin(2v) = 0$  **(3p)**

f. Beräkna följande gränsvärden:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^4(2x)}{8x^4} \quad \lim_{t \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\cos t}{\frac{\pi}{2} - t} \quad \lim_{x \rightarrow 0} x^{\left(\frac{1}{\ln x}\right)} \quad \textbf{(3p)}$$

**VÄND!**

Till uppgifterna 2 – 5 skall fullständiga lösningar redovisas. 6 poäng per uppgift.

2.

a. Bestäm skärningspunkten mellan linjerna

$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases} \quad \text{och} \quad \begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$$

b. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller bägge linjer från uppgift a.

3. Rita kurvan  $y = \frac{e^{-x}}{x-2}$

Bestäm eventuella lokala extremvärden samt asymptoter.

4. Bestäm för varje värde på konstanten  $a$  antalet lösningar till ekvationen

$$\ln(1 + x^2) + 2 \arctan \frac{1}{x} = a$$

5. Låt  $f(x) = \begin{cases} e^{(-\frac{1}{x^2})}, & x < 0 \\ \arctan x - \frac{\pi}{2}, & x \geq 0 \end{cases}$

Visa att  $f(x)$  är inverterbar. Om inversen är  $f^{-1}$ , bestäm  $f^{-1}'\left(\frac{1}{2}\right)$

**VÄND!**

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange "sant" eller "falskt" ger ingen poäng.

- a. Om  $p(x)$  är ett polynom av minst tredje graden gäller att ekvationen  $p(x) = 0$  har minst lika många reella lösningar som ekvationen  $p'(x) = 0$
- b. Triangeln med hörn i punkterna  $(3, -2, -1)$ ,  $(2, -3, 1)$  och  $(5, -2, 3)$  är rätvinklig.
- c. Funktionen  $f(x) = \arctan x + \arctan \frac{1}{x}$ ,  $x \neq 0$ , antar bara två värden.

7.

- a. Formulera och bevisa faktorsatsen. **(3p)**
- b. Visa att  $x - 1$  är en faktor i det icke-konstanta polynomet  $p(x)$  om och endast om summan av koefficienterna till  $p(x)$  är  $= 0$  **(3p)**