Tentamen i Inledande matematik för I1, MVE 012 MATEMATIK

2015 – 10 – 29, kl. 14.00 – 18.00 Chalmers

Hjälpmedel: inga

Telefonvakt: Edvin Wedin

Tel 0703 – 088 304

Ange den tillfälliga tentamenskoden på samtliga inlämnade papper. Fyll i omslaget ordentligt.

Betygsgränser: 20 – 29 poäng ger betyget 3, 30 – 39 poäng ger betyget 4 och 40 p eller mer betyget 5. Bonuspoäng från duggor hösten 2015 räknas in.

Lösningar läggs ut på kursens hemsida.

Resultat meddelas via Ladok cirka tre veckor efter tentamenstillfället.

---

1. Till denna uppgift skall endast svar lämnas, alltså inga motiveringar.

   a. Förenkla $2 \cdot log_3(12) - log_3(16) + \frac{1}{2} \cdot log_3(9)$. **(2p)**

   b. Beräkna $\cos(\arcsin(0.4))$. **(2p)**

   c. Beräkna $(f^{-1})'(-9/4)$ om $f(x) = |x| \cdot x^3$. **(3p)**

   d. Bestäm talet a så att $(1, 2, a) \times (5, 10, -1) = 0$. **(2p)**

   e. Bestäm normallinjens ekvation till funktionen $f(x) = \arctan(x)$

      i punkten $x = 1$. **(3p)**

   f. Beräkna gränsvärdet $\lim_{x \to 0} \frac{1-\cos(x)}{x^2}$. **(2p)**

Till uppgifterna 2 – 5 skall fullständiga lösningar redovisas. 6 poäng per uppgift.

2.

   a. Bestäm skärningspunkten mellan den linje l som ges av

$$l: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$$

och det plan Π som ges av ekvationen $2x + 2y + z = 7$. **(3p)**

b. Bestäm ekvationen för den linje som går genom skärningspunkten från a-uppgiften och som är vinkelrät mot både linjen l och planet Π. **(3p)**

3. En cirkulär kon med höjden h är inskriven i en större cirkulär kon med höjden H och basradie R så att spetsen på den lilla konen vilar mot centrum av basen på den stora. Visa att den lilla konens volym blir som störst då $h = \frac{H}{3}$. **(6p)**

   (**Tips:** En kon med basyta B och höjd h har volymen $V = \frac{B \cdot h}{3}$)

4. Skissa grafen till funktionen $f(x) = x^x$ för $x > 0$. Du behöver inte utreda konvexitet, konkavitet eller inflektionspunkter. Undersök däremot funktionen, dess derivata och deras gränsvärden då $x \to 0^+$ och $x \to \infty$. **(6p)**

   (**Tips:** Det kan vara bra att undersöka $\ln(f(x))$.)

5. Två myror är ute och vandrar på en cirkel med radie R. De utgår ifrån samma punkt, låt oss säga ”nordpolen”, och går sedan åt var sitt håll. Vid en viss tidpunkt så vet man att summan av myrornas tillryggalagda sträckor längs cirkeln är sammanlagt $\pi R/3$ längdenheter samtidigt som summan av deras hastigheter uppmäts till $\sqrt{2/3}$ hastighetsenheter. Hur snabbt förändras avståndet (fågelvägen) mellan myrorna vid denna tidpunkt? **(6p)**

   (**Tips:** För en cirkelsektor (en ”tårtbit”) med radie R och θ så relaterar sektorns längd x till θ genom att $\theta = \frac{x}{R}$.)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange ”sant” eller ”falskt” ger ingen poäng.

   a. Vektorn $(\cos(x), \sin(x), 1)$ är vinkelrät mot vektorn $(\cos(x), \sin(x), -1)$ för alla tal $x \in \mathbb{R}$. **(2p)**

   b. Det gäller att $e^{\ln(x)} = x$ för alla tal $x \in \mathbb{R}$. **(2p)**

   c. För en godtycklig triangel med sidorna a, b och c så gäller det alltid att $a^2 \leq b^2 + c^2$, $b^2 \leq a^2 + c^2$ och $c^2 \leq a^2 + b^2$. **(2p)**

7.

a. Definiera derivatan av en funktion f i en punkt $x = a$. **(3p)**

b. Visa med hjälp av definitionen ifrån a-uppgiften att man kan skriva andraderivatan som en differenskvot enligt: **(3p)**

$$f''(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+2h) - 2f(x+h) + f(x)}{h^2}$$

Lycka till!

/Peter