

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

(Bonuspoäng från hösten 2016 inkluderas.)

Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 28/10.

Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

Angående lösningar och granskning, se kursens hemsida

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve012/1617/

Examinator: Jan Alve Svensson.

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

Glöm inte att du i vissa uppgifter lätt kan kontrollera ditt svar!

a) Lös ekvationen $|1 - x^2| = 1$. (2p)

b) Beräkna $\cos v$ och $\tan v$ om $v = \arcsin(3/5)$. (2p)

c) Bestäm $f'(1)$ där (2p)

$$f(x) = \ln\left(\frac{e^x(1+x^3)}{x^2+1}\right).$$

d) Bestäm $f'(x)$ när (2p)

$$f(x) = \frac{\sin x}{\cos x + \sin x}$$

och uttryck $f'(x)$ med $\sin 2x$ som enda förekommande trigonometriska funktion.

e) Beräkna gränsvärdet av (3p)

$$f(x) = \frac{\arcsin(\sqrt{1-x^2}) + \arcsin x - \pi/2}{x}$$

när $x \rightarrow 0^-$ och när $x \rightarrow 0^+$.

f) Det går att bestämma konstanterna a och b så att funktionen (3p)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{x^2+x-2} + \frac{a}{x^2+3x+2} & \text{när } x \neq -2 \\ b & \text{när } x = -2 \end{cases}$$

blir kontinuerlig i -2 . Vad ska a respektive b vara?

Var god vänd!

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) De två planen $x - 2y + z = -3$ och $3x - 5y + z = -11$ skär varandra längs en linje. Bestäm parameterfria ekvationer för linjen. (3p)
- b) Bestäm en ekvation för det plan som innehåller linjen i a) och går genom punkten $(-6, 0, 2)$. (3p)

3. Bestäm antalet nollställen till funktionen (6p)

$$f(x) = \ln(x^4 + 1) - 2 \arctan x^2.$$

($2 < e$.)

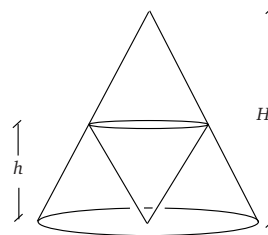
4. Skissa grafen till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{x - 6}{x^2 + x - 6}.$$

Ange eventuella asymptoter, lokala max- och minpunkter, definitions- och värdemängd och var funktionen växer respektive avtar.

5. En rät cirkulär kon (alltså en 'vanlig kon') med höjden h och volym v omskrivs av en större cirkulär kon med höjden H så att spetsen på de lilla konen vilar mot centrum av basen på den stora. Vilken är den minsta volym den större konen kan ha? (6p)

(Volymen av en kon ges av (basens area) \times höjden / 3.)



6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange "sant" eller "falskt" ger ingen poäng. (6p)

- a) Om en funktion är konvex (konkav uppåt) när $x > 0$, så är den växande när $x > 0$.
- b) Om f är deriverbar när $x > 0$ och $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = k$, så gäller att

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(2x) - f(x)}{x} = k.$$

- c) Kurvan $y = e^x + e^{-x}$ har en tangent som går genom punkten $(0, 1)$.

7. Bestäm derivatan till funktionen $f(x) = \sin x$, utgående (enbart) från derivatans definition. (Du får använda att $\sin h/h \rightarrow 1$, när $h \rightarrow 0$.) (6p)