MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers

Tentamen i MVE012 Inledande matematik I1.
Tid: 2016-12-21, kl 14.00 - 18.00
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Robert Forslund, tel 772 5325

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
(Bonuspoäng från hösten 2016 inkluderas.)
Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 22/12.
Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.
Angående lösningar och granskning, se kursens hemsida
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve012/1617/
Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) Bestäm största värdet till funktionen $f(x) = x/(x^2+1)$. (2p)

   b) Bestäm derivatan till funktionen $f(x) = \arctan(x/\sqrt{1-x^2})$. Svaret ska vara förenklat och innehålla högst ett rottecken. (2p)

   c) Funktionen $f(x) = x + e^x$ är inverterbar. Bestäm inversens derivata i $x = 1$ (dvs beräkna $(f^{-1})'(1)$). (2p)

   d) För vilket, eller vilka, värden på a saknar ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} x + 2y = 3 \\ ax + ay - z = 3a - 2 \\ x + 2y + (a^2-1)z = 4 \end{cases}$$

   lösning?

   e) Beräkna (1p+1p+1p)

      i. $\lim_{x\to\infty}(\ln(x^2+1) - 2\ln(3x+1))$,

      ii. $\lim_{x\to 0^+} \frac{1}{x}e^{-1/x}$,

      iii. $\lim_{x\to -3} \frac{\sqrt{x+4}\sqrt{x+12}+x}{x+3}$.

   f) Kurvan med ekvation $x^3y^2 + 2/(x+y) = 2$ går genom punkten $(0,1)$. Bestäm en ekvation för kurvans tangent i denna punkt. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Ett plan innehåller linjen med ekvationer $x + 1 = y + 2 = 3 - z$ och går genom punkten $(2, -5, 4)$. Bestäm en ekvation för planet. (4p)

   b) Bestäm (kortaste) avståndet mellan punkten $(1, 1, 5)$ och planet. (2p)

Var god vänd!

MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers

---

3. Skissa grafen till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{x^2+1} + \arctan x.$$

Ange eventuella asymptoter,lokala max- och minpunkter, definitions- och värdemängd samt var funktionen växer respektive avtar.

4. I vilken punkt på grafen till funktionen (6p)

$$f(x) = \frac{2x+1}{1+x+x^2}$$

är lutningen störst (och positiv).

5. Normalen i punkten $(a, f(a))$ på grafen till funktionen $f(x) = 1 - e^{-x}$, $x > 0$ skär x-axeln i $(b, 0)$. Låt $A(a)$ vara arean av triangeln med hörn i $(a, 0)$, $(b, 0)$ samt $(a, f(a))$. Bestäm eventuellt största eller minsta värde till $A(x)$, när $x > 0$. (6p)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange " sant" eller "falskt" ger ingen poäng. (6p)

   a) För alla x sådana att båda led är definierade gäller att

   $$\tan(x/2) = \frac{1-\cos x}{1+\cos x}$$

   b) Om funktionen $f(x)$ är kontinuerlig på intervallet $[a, b]$, så har den lokalt extremvärde i a och i b.

   c) Om

   $$\frac{f(x)-f(a)}{(x-a)^2}$$

   har ett gränsvärde $L > 0$, när $x \to a$, så har $f(x)$ ett lokalt mininmum i a.

7. Visa att om $f'(x) > 0$ på ett intervall i definitionsmängden till funktionen $f(x)$, så är $f(x)$ strängt växande (increasing) på intervallet. (6p)

JAS