MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers

Tentamen i MVE012 Inledande matematik I1.
Tid: 2017-10-26, kl 14.00 - 18.00
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Jakob Hultgren, tel 772 5325

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.

Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.

(Bonuspoäng från hösten 2017 inkluderas.)

Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 27/10.

Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.

www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve012/1718/

Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) För vilka x gäller det att $1 \leq \dfrac{2}{2+x-x^2}$? (2p)

   b) Lös ekvationen $\log_3(x^2+72) - 2\log_3 x = 2$. (2p)

   c) Bestäm $f^{-1}(x)$ när $f(x) = \dfrac{1+4x}{1+x}$. (2p)

   d) Var är $f(x) = \dfrac{x^3}{x^2-1}$ strängt växande. Svara med intervall. (2p)

   e) Beräkna (1p+2p)

      i. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\tan 2x}{x}$

      ii. $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\arctan x - x}{\cos x - 1}$.

   f) Kurvan med ekvation $y^4 + 2x^3 = xy$ går genom punkten $(-1, 1)$. Bestäm en ekvation för kurvans tangent i denna punkt. (3p)

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Ett plan innehåller linjen med ekvationer $\dfrac{x-1}{5} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{1-z}{3}$ och går genom punkten $(1, 2, 3)$. Bestäm en ekvation för planet. (4p)

   b) Bestäm (kortaste) avståndet mellan punkten $(5, 2, -3)$ och planet i a). (2p)

3. Skissa grafen till funktionen (6p)

$$f(x) = \ln(x^2-1) + \frac{4x-2}{x^2-1}.$$

Utred förekomst av asymptoter, lokala max- och minpunkter, definitions- och värdemängd samt var funktionen växer respektive avtar. Konkavitet kan du skippa.

Var god vänd!

MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers

---

4. Visa att $2x < \sin x + \tan x$, när $0 < x < \pi/2$. (6p)

5. Till kurvan $y = e^{-x}$, $0 \leq x$, dras en tangent som skär x-axeln i punkten A och y-axeln i B. Vilken är största möjliga arean som triangeln med hörn i origo, A och B kan ha? Hur liten kan arean bli? (6p)

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange " sant" eller "falskt" ger ingen poäng. (6p)

   a) Kurvan $y = x^3 + x + 1$ har en tangent som går genom origo.

   b) Om $f(x)$ är konkav uppåt på $(0, \infty)$, så är $f(x)$ växande på detta intervall.

   c) Om
   $$\frac{f(x) - f(a)}{(x-a)^3}$$
   har ett (egentligt) gränsvärde när $x \to a$ och $f(x)$ är deriverbar i a, så är $f'(a) \neq 0$.

7. a) Ange definitionen av att en funktion är deriverbar i en punkt. (1p)

   b) Formulera och bevisa produktregeln vid derivering. (5p)

JAS