MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers

Tentamen i MVE012 Inledande matematik för I1.
Tid: 2018-08-29, kl 8.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Kristian Holm, tel 772 5325

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
Bonuspoäng från hösten 2017 inkluderas. Lösningar läggs ut på kursens webbsida senast 30/8. Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället.
Kursens webbsida:
www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/mve012/1718/
Examinator: Jan Alve Svensson.

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) Polynomet $p(x) = x^4 - x^3 - 5x^2 - x - 6$ har nollstället $x = -2$. För vilka x gäller att $p(x) < 0$? (2p)

   b) För vilket eller vilka värden på a har ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} x + 3y + az &= 0 \\ 2x + y + z &= 0 \\ -2x + y + z &= 0 \end{cases}$$

   oändligt många lösningar?

   c) Bestäm en ekvation för tangenten till grafen av $f(x) = \dfrac{1 + \tan x}{\cos x}$ i punkten $(\pi/4, f(\pi/4))$. (2p)

   d) Låt a vara en konstant. Bestäm derivatan till (2p)

$$f(x) = \arctan x - \arctan\left(\frac{x + a}{1 - ax}\right).$$

   Svaret ska förenklas så långt möjligt!

   e) Beräkna (1p+2p)

$$\text{i. } \lim_{x\to\infty}(\sqrt{x+4} - \sqrt{x})\sqrt{x}, \qquad \text{ii. } \lim_{x\to 0^+} \frac{2\ln(1+\sqrt{x}) - 2\sqrt{x} + x}{\sin\sqrt{x} - \sqrt{x}}.$$

   f) De två funktionerna $f(x)$ och $g(x)$ är deriverbara och man vet att $f(0) = \sqrt{2}$, $f'(0) = 1$ och att $(f(x) + g(x))(f(x) - g(x)) = \cos x$. Bestäm alla möjliga värden på $g'(0)$. (3p)

Var god vänd!

MATEMATISKA VETENSKAPER
Chalmers

---

2. a) Bestäm ekvationer på parameterfriform för den linje som är skärningen mellan de två planen med ekvationer $7x - 3y - 8z = 34$ respektive $x - 2y + 2z = -3$. (2p)

   b) Bestäm avståndet mellan linjen i a) och punkten med koordinater $(4, -1, 0)$. (4p)

3. Bestäm värdemängden till funktionen (6p)
$$f(x) = e^{-x^2}\sqrt{2x^2 - 17}.$$

4. Skissa grafen till funktionen
$$f(x) = e^{1/x^2}\left(\frac{4}{x} + 3x\right).$$
Utred definitionsmängd, asymptoter, var funktionen växer respektive avtar, vilka lokala max- och min-pukter som finns, samt värdemängd.

5. Två partiklar A och B rör sig uppåt längs positiva y-axeln i planet. B:s fart är konstant och tre gånger större än A:s och båda befinner sig samtidigt i origo. Man observerar partiklarna från en punkt P på positiva x-axeln och mäter vinkeln vid P i triangeln APB. Vilket är det största värde som denna vinkel kan ha?

6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Motivera svaren. Högst två poäng per påstående. Att enbart ange ”sant” eller ”falskt” ger ingen poäng. (6p)

   a) Om vektorerna $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ i rummet är ortogonala, så gäller att $\mathbf{u} \times \mathbf{v}$ är nollvektorn.

   b) Om $f(x)$ och $g(x)$ är deriverbara i en omgivning till 0 och $f'(0) = g'(0) = 2$, så gäller att $f(x)/g(x)$ har gränsvärdet 1, när $x \to 0$.

   c) Grafen till $f(x) = x^2$ har en normal som går genom punkten $(4, 2)$.

7. I a) och b) nedan ska du utgå från att funktionen är definierad i en omgivning till a.

   a) Definiera vad det betyder att en funktion är kontinuerlig i en punkt a. (1p)

   b) Definiera vad det betyder att en funktion är deriverbar i en punkt a. (1p)

   c) Visa att om $f(x)$ är kontinuerlig på intervallet $[a, b]$, deriverbar på (a, b) med $f'(x) = 0$ för alla $x \in (a, b)$, så är $f(x)$ konstant på $[a, b]$. (4p)

JAS