MATEMATIK
Chalmers

Tentamen i Inledande matematik för Z1, (TMV120)
Tid: 2011-10-22, kl 08.30 - 12.30
Hjälpmedel: Inga, ej heller miniräknare.
Telefonvakt: Hossein Raufi tel 0703-088304

Skriv tentamenskoden på varje inlämnat blad.
Betygsgränser: 20 - 29 p ger betyget 3, 30 - 39 p ger betyget 4 och 40 eller mer betyget 5.
(Bonuspoäng från duggor hösten 2011 inkluderas.)
Lösningar läggs ut på kursens webbsida efter skrivningstidens slut.
Resultat meddelas via Ladok senast ca. tre veckor efter tentamenstillfället. Angående granskning, se kursens hemsida www.math.chalmers.se/Math/Grundutb/CTH/tmv120/1112/

---

1. Till denna uppgift ska du **endast lämna in svar**, alltså utan motiveringar.

   a) Lös ekvationen $|x-2|=4$. (2p)

   b) Derivera funktionen $f(x)=\ln(x^2+1)$. (2p)

   c) Bestäm alla lösningar till ekvationssystemet (2p)

$$\begin{cases} x - y + 2z = 1 \\ x + 2y - z = 4 \\ 2x + y + z = 5 \end{cases}$$

   d) Bestäm $\cos(\arcsin(-\frac{5}{6}))$. (2p)

   e) Beräkna följande gränsvärden: (3p)

$$\text{i)}\quad \lim_{x\to 0}\frac{\ln(1+2x)}{x} \qquad \text{ii)}\quad \lim_{x\to 0}\frac{1-\cos 5x}{x^2} \qquad \text{iii)}\quad \lim_{x\to\infty} x(\arctan x - \frac{\pi}{2})$$

   f) Bestäm en ekvation för tangenten till kurvan (3p)

$$\frac{y^3}{x}+x^2y=-4$$

   i punkten $(-2,-2)$. I närheten av denna punkt är kurvan grafen till en funktion $y(x)$.

Till uppgifterna 2-5 ska du lämna in fullständiga lösningar.

2. a) Ett plan innehåller den räta linjen $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ och punkten $(3,-1,-2)$. Bestäm en ekvation för planet. (4p)

   b) Ligger punkten $(1,2,3)$ i planet? Motivera ditt svar. (1p)

   c) Är linjen $(x,y,z)=(1+t,2-4t,3+3t)$ vinkelrät mot planet? Motivera ditt svar. (1p)

3. a) Visa att funktionen $f(x)=x^7+x^5+3$ är inverterbar. (3p)

   b) Beräkna $(f^{-1})'(5)$. (3p)

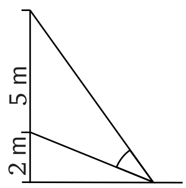
Var god vänd!

MATEMATIK
Chalmers

---

4. Rita grafen till funktionen $f(x) = \ln(1 - 2x) + 2\arctan x$. Ange speciellt funktionens definitionsmängd och värdemängd, eventuella lokala extrempunkter och asymptoter. (Du behöver inte utreda konvexitet/konkavitet). (6p)

5. En 5 m hög staty står på en sockel som är 2 m hög. Om ögat befinner sig i samma höjd som sockelns bas, hur långt från denna ska man stå för att statyn ska uppta största möjliga vinkel i synfältet? (6p)



6. Avgör vilka av följande påståenden som är sanna respektive falska. Du behöver inte motivera dig. Rätt svar ger 1p, inget svar 0p och fel svar -1p. Dock ej mindre än 0p totalt. (6p)

   a) Alla lösningarna till en ekvation av typen $z^3 = a$ (där $a \neq 0$ är ett givet komplext tal) kan ligga i samma kvadrant av det komplexa talplanet (Argand-diagrammet).
   b) Funktionen $f(x) = x \ln x$ är konvex (concave up) för $x > 0$.
   c) Olikheten $\ln(1 + x) \leq x$ gäller för alla reella tal $x > -1$.
   d) En kontinuerlig funktion f kan ha definitionsmängden $\mathcal{D}_f = [0, 1]$ och värdemängden $\mathcal{V}_f = (0, 1)$.
   e) För funktionen $f(x) = x^4 - 2x^3 - 4x^2 + 20x$ finns det åtminstone en punkt c i intervallet $(1, 2)$ med $f'(c) = 9$.
   f) Funktionerna $f(x) = \ln\Big((x-2)(x-5)\Big)$ och $g(x) = \ln(x-2)+\ln(x-5)$ har *inte* samma definitionsmängd.

7. a) Definiera *derivatan* av en funktion f i punkten x. (2p)

   b) Antag att f är kontinuerlig på intervallet $[a, b]$ och deriverbar i (a, b). Visa att f är avtagande om $f'(x) < 0$, för alla x i (a, b). Formulera eventuell hjälpsats som du använder. (4p)
   (Med avtagande avses här det som kallas "decreasing" i kursboken, dvs det som ofta kallas strängt avtagande på svenska.)

Lycka till!
/Jan Alve